

EXERCICE 2 (5 points)

Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n par $u_{n+1} = \frac{2u_n + 4}{3}$

1. Calculer u_1 , u_2 et u_3 .
2. Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (unités graphiques : 2 cm).

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{2x+4}{3}$

- a. Tracer la représentation graphique d de la fonction f ainsi que la droite Δ d'équation $y = x$.
 - b. En utilisant d et Δ , construire u_1 , u_2 et u_3 .
 - c. Conjecturer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ à l'aide de la construction, que l'on peut imaginer, d'un grand nombre de termes de la suite (u_n) .
3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 4$.
 - a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
 - b. Exprimer v_n en fonction de n et en déduire que $u_n = 4 - 3\left(\frac{2}{3}\right)^n$.
 - c. Quelle est la limite de la suite (u_n) ?