

EXERCICE 2 (5 points)

Soit (u_n) la suite définie par : $u_0 = 8$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,85u_n + 1,8$.

1. Sur une feuille de papier millimétré construire un repère orthonormé (unité 1 cm), où l'axe des ordonnées est placé à gauche de la feuille.
 - a. Dans ce repère, tracer les droites d'équations respectives $y = 0,85x + 1,8$ et $y = x$.
 - b. Dans ce repère, placer u_0 sur l'axe des abscisses puis, en utilisant les droites précédemment tracées, construire sur le même axe u_1 , u_2 et u_3 .
On laissera apparents les traits de construction.
 - c. À l'aide du graphique, conjecturer la limite de la suite (u_n) .
2. Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n , par $v_n = u_n - 12$.
 - a. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
 - b. Exprimer, pour tout entier naturel n , v_n en fonction de n . En déduire que, pour tout entier naturel n , $u_n = 12 - 4 \times 0,85^n$.
 - c. Donner le sens de variation de la suite (v_n) . En déduire celui de la suite (u_n) .
 - d. Déterminer la limite de la suite (u_n) .
3. Un magazine est vendu uniquement par abonnement. On a constaté que :
 - il y a 1 800 nouveaux abonnés chaque année ;
 - d'une année sur l'autre, 15 % des abonnés ne se réabonnent pas.En 2008, il y avait 8 000 abonnés.
 - a. Montrer que cette situation peut être modélisée par la suite (u_n) où u_n désigne le nombre de milliers d'abonnés en $(2008 + n)$.

En utilisant la question 2. b., calculer une estimation du nombre d'abonnés en 2014