A GENERALITES

1- définition

une suite (u_n) est une application de N dans R

on peut définir une suite de façon explicite ou par récurrence

a- on peur définir (u_n) par une relation de la forme u_n = f(n)
où f est une fonction définie sur [0 ; +∞ [

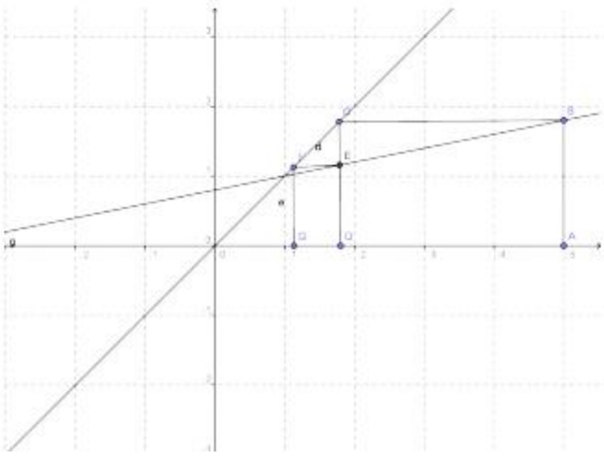
par exemple $u_n = \frac{2n+3}{n^2+1}$

b- on peur définir (u_n) par une relation de récurrence et son premier terme

par exemple $u_0 = 5$ et $u_{n+1} = \frac{1}{5} u_n + 4$

si $u_{n+1} = f(u_n)$ alors on peut construire les premiers termes de (u_n) à l' aide de

la courbe représentative de f et de la droite d' équation y = x



2) sens de variation

une suite (u_n) est croissante ssi pour tout entier n : $u_n \leq u_{n+1}$

une suite (u_n) est dé croissante ssi pour tout entier n : $u_n \geq u_{n+1}$

méthodes :

a- on étudie le signe de $u_{n+1} - u_n$

b- si $u_n = f(n)$ on étudie le sens de variation de f sur $[0 ; +\infty[$

B SUITES ARITHMETIQUES

une suite (u_n) est arithmétique ssi il existe un réel r tel que pour tout entier n :

$u_{n+1} - u_n = r$. r est appelé la raison de la suite arithmétique

pour tout entier n : $u_n = u_0 + n \times r$

pour tout entier p : $u_p = u_n + (p-n) \times r$

somme des termes d' une suite arithmétique

$$S_n = \sum_{k=0}^{n} u_k = u_0 + u_1 + \dots\dots + u_n = \frac{(n+1)(u_0+u_n)}{2}$$

en général : $S_n = \dfrac{nombre\ de\ termes \times (1\text{er}\ terme + dernier\ terme)}{2}$

C SUITES GEOMETRIQUES

Une suite (u_n) est géométrique ssi il existe un réel q non nul tel que pour tout entier n :

$u_{n+1} = q \times u_n$. q est appelé la raison de la suite géométrique .

pour tout entier n : $u_n = u_0 \times q^n$

pour tout entier p : $u_p = u_n \times q^{p-n}$

somme des termes d' une suite géométrique : pour $q \neq 1$

$$S_n = \sum_{k=0}^{n} u_k = u_0 + u_1 + \ldots\ldots + u_n = u_0 \times \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

en général : $S_n = (1\text{er } terme) \times \frac{1-q^{nombre\,de\,termes}}{1-q}$

D LIMITES DE SUITES

Si $0 < q < 1$ $\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = 0$ si $q > 1$ $\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = +\infty$

Exemple : $u_n = 4 + 8\times(0.6)^n$ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 4$

Car $\lim\limits_{n\to+\infty} 0.6^n = 0$

E EXEMPLES IMPORTANT

1) augmentation ou diminution en pourcentage

rappel

Si une quantité augmente de t % alors elle est multipliée par le coefficient multiplicateur

Cm = 1 + $\frac{t}{100}$

Si une quantité diminue de t % alors elle est multipliée par le coefficient multiplicateur

Cm = 1 - $\frac{t}{100}$

Exemple : a) le 1 er janvier 2010 un capital de 5000 euros est sur un compte rémunéré à 4 %

Soit u_n le capital l' année 2010 + n , (u_n) est une suite géométrique de raison q = 1.04

b) le 1 er janvier 2008 , la population d une petite ville est de 3000 habitants

chaque année la population diminue de 5 %

Soit u_n la population l' année 2008 + n , (u_n) est une suite géométrique de raison q = 0.95

2) suites arithmético-géométrique

Une suite arithmético-géométrique est une suite définie par une relation de

Récurrence de la forme u_{n+1} = a u_n + b avec a$\neq$ 1 et b $\neq$ 0

La méthode consiste à utiliser une suite auxiliaire définie par v_n = u_n - l avec l = $\frac{b}{1-a}$

On montre alors que la suite (v_n) est géométrique de raison q = a

Exemple : la suite (u_n) est définie par u_0 = 3 et u_{n+1} = 0.8 u_n + 3

Soit (v_n) la suite définie par v_n = u_n - 15

v_{n+1} = u_{n+1} - 15 = (0.8 u_n + 3) -15 = 0.8 u_n - 12 = 0.8(u_n - $\frac{12}{0.8}$) = 0.8(u_n - 15)

= 0.8v_n

donc la suite (v_n) est géométrique de raison q = 0.8 et de premier terme v_0 = 3 – 15 = -12