

Une société propose des contrats annuels d'entretien de photocopieurs. Le directeur de cette société remarque que, chaque année, 14 % des contrats supplémentaires sont souscrits et 7 sont résiliés.

En 2017, l'entreprise dénombrait 120 contrats souscrits.

On modélise la situation par une suite (u_n) où u_n est le nombre de contrats souscrits l'année $2017 + n$.

Ainsi on a $u_0 = 120$.

1.
 - a. Justifier que, pour tout entier naturel n , on a $u_{n+1} = 1,14u_n - 7$.
 - b. Estimer le nombre de contrats d'entretien en 2018.
2. Compte tenu de ses capacités structurelles actuelles, l'entreprise ne peut prendre ne charge que 190 contrats. Au-delà, l'entreprise devra embaucher davantage de personnel.

On cherche donc à savoir en quelle année l'entreprise devra embaucher.

Pour cela, on utilise l'algorithme suivant :

```
n ← 0
u ← 120
Tant que .....
    n ← n + 1
    .....
Fin Tant que
Afficher 2017 + n
```

- a. Recopier et compléter l'algorithme ci-dessus.
 - b. Quelle est l'année affichée en sortie d'algorithme? Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.
3. On définit la suite (v_n) par $v_n = u_n - 50$ pour tout entier naturel n .
 - a. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme v_0 .
 - b. Exprimer v_n en fonction de n puis démontrer que, pour tout entier naturel n ,

$$u_n = 70 \times 1,14^n + 50.$$

- c. Résoudre par le calcul l'inéquation $u_n > 190$.
Quel résultat de la question 2. retrouve-t-on?