

Une grande université, en pleine croissance d'effectifs, accueillait 27 500 étudiants en septembre 2016.

Le président de l'université est inquiet car il sait que, malgré une gestion optimale des locaux et une répartition des étudiants sur les divers sites de son université, il ne pourra pas accueillir plus de 33 000 étudiants.

Une étude statistique lui permet d'élaborer un modèle de prévisions selon lequel, chaque année :

- 150 étudiants démissionnent en cours d'année universitaire (entre le 1<sup>er</sup> septembre et le 30 juin) ;
- les effectifs constatés à la rentrée de septembre connaissent une augmentation de 4 % par rapport à ceux du mois de juin qui précède.

Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $u_n$  le nombre d'étudiants estimé selon ce modèle à la rentrée de septembre 2016 +  $n$ , on a donc  $u_0 = 27\,500$ .

1. a. Estimer le nombre d'étudiants en juin 2017.  
b. Estimer le nombre d'étudiants à la rentrée de septembre 2017.
2. Justifier que, pour tout entier naturel  $n$ , on a  $u_{n+1} = 1,04u_n - 156$ .
3. Recopier et compléter les lignes L5, L6, L7 et L9 de l'algorithme suivant afin qu'il donne l'année à partir de laquelle le nombre d'étudiants à accueillir dépassera la capacité maximale de l'établissement.

L1	Variables :	$n$ est un nombre entier naturel
L2		$U$ est un nombre réel
L3	Traitement :	$n$ prend la valeur 0
L4		$U$ prend la valeur 27 500
L5		Tant que $U \leq \dots$ faire
L6		$n$ prend la valeur .....
L7		$U$ prend la valeur .....
L8		Fin Tant que
L9	Sortie :	Afficher .....

4. a. On fait fonctionner cet algorithme pas à pas.  
Recopier le tableau suivant et le compléter en ajoutant le nombre nécessaire de colonnes ; on arrondira les valeurs de  $U$  à l'unité.

	Initialisation	Étape 1	...
Valeur de $n$	0	...	
Valeur de $U$	27 500	...	

- b. Donner la valeur affichée en sortie de cet algorithme.
5. On cherche à calculer explicitement le terme général  $u_n$  en fonction de  $n$ .  
Pour cela, on note  $(v_n)$  la suite définie, pour tout entier naturel  $n$ , par  $v_n = u_n - 3900$ .
  - a. Montrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
  - b. En déduire que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n = 23\,600 \times 1,04^n + 3900$ .
  - c. Déterminer la limite de la suite  $(u_n)$  et en donner une interprétation dans le contexte de l'exercice.