

**EXERCICE 4****5 points****Commun à tous les candidats**

Le responsable du foyer des jeunes d'un village a décidé d'organiser une brocante annuelle. Pour la première brocante, en 2012, il a recueilli 110 inscriptions.

D'après les renseignements pris auprès d'autres organisateurs dans les villages voisins, il estime que d'une année sur l'autre, 90 % des exposants se réinscriront et que 30 nouvelles demandes seront déposées.

On désigne par  $u_n$  le nombre d'exposants en  $(2012 + n)$  avec  $n$  un entier naturel.

Ainsi  $u_0$  est le nombre d'exposants en 2012, soit  $u_0 = 110$ .

1. Quel est le nombre d'exposants attendu pour 2013 ?
2. Justifier que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = 0,9u_n + 30$ .
3. Vu la configuration actuelle de la manifestation dans le village, le nombre d'exposants ne peut pas excéder 220.

Recopier et compléter l'algorithme proposé ci-dessous afin qu'il permette de déterminer l'année à partir de laquelle l'organisateur ne pourra pas accepter toutes les demandes d'inscription.

|                         |  |
|-------------------------|--|
| <b>Variables :</b>      | $u$ est un nombre réel<br>$n$ est un nombre entier naturel                       |
| <b>Initialisation :</b> | Affecter à $u$ la valeur ...<br>Affecter à $n$ la valeur 2012                    |
| <b>Traitement :</b>     | Tant que ...<br>Affecter à $u$ la valeur ...<br>Affecter à $n$ la valeur $n + 1$ |
| <b>Sortie :</b>         | Afficher ...   |

4. Pour tout entier naturel  $n$ , on pose  $v_n = u_n - 300$ .
  - a. Démontrer que la suite  $(v_n)$  est une suite géométrique de raison 0,9.
  - b. En déduire que pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n = -190 \times 0,9^n + 300$ .
  - c. Déterminer le résultat recherché par l'algorithme de la question 3 en résolvant une inéquation.
5. L'organisateur décide d'effectuer une démarche auprès de la mairie pour obtenir assez de place pour ne jamais refuser d'inscriptions. Il affirme au maire qu'il suffit de lui autoriser 300 emplacements. A-t-il raison de proposer ce nombre ? Pourquoi ?