

EXERCICE 3 (5 points)

Le responsable d'un site Internet s'intéresse au nombre de pages visitées sur son site chaque semaine.

PARTIE A

Le tableau ci-dessous donne le nombre de pages visitées, exprimé en milliers, durant chacune des quatre semaines suivant l'ouverture du site.

Semaine x_i $1 \leq i \leq 4$	1	2	3	4
Nombre de pages visitées en milliers y_i $1 \leq i \leq 4$	40	45	55	70

Ainsi, au cours de la deuxième semaine après l'ouverture du site, 45 000 pages ont été visitées.

- Le nuage de points $M_i(x_i; y_i)$ associé à cette série statistique est représenté en annexe 1 dans un repère orthogonal. L'allure de ce nuage suggère un ajustement affine.
 - Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage puis placer ce point sur le graphique de l'annexe 1.
 - On appelle (d) la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés. Parmi les deux propositions ci-dessous, une seule correspond à l'équation réduite de la droite (d). Préciser laquelle, en utilisant le point moyen G :

$$y = 9x + 29 \qquad y = 10x + 27,5$$
 - Tracer la droite (d) sur le graphique de l'annexe 1.
- En supposant que cet ajustement reste valable pendant les deux mois qui suivent l'ouverture du site, donner une estimation du nombre de pages visitées au cours de la huitième semaine suivant l'ouverture du site.

PARTIE B

Le responsable décide de mettre en place, au cours de la quatrième semaine suivant l'ouverture du site, une vaste campagne publicitaire afin d'augmenter le nombre de visiteurs du site.

Il étudie ensuite l'évolution du nombre de pages du site visitées au cours des trois semaines suivant cette opération publicitaire.

Le tableau ci-dessous donne le nombre de pages visitées au cours des sept semaines suivant l'ouverture du site.

Semaine x_i $1 \leq i \leq 7$	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de pages visitées en milliers y_i $1 \leq i \leq 7$	40	45	55	70	95	125	175

- Compléter le nuage de points fourni dans l'annexe 1 par les trois nouveaux points définis dans le tableau précédent.
Compte tenu de l'allure du nuage, un ajustement exponentiel semble approprié.
Pour cela on pose $z = \ln y$.

2. On donne ci-dessous les valeurs de $z_i = \ln(y_i)$ pour $1 \leq i \leq 7$, les résultats étant arrondis au centième.

Semaine x_i $1 \leq i \leq 7$	1	2	3	4	5	6	7
$z_i = \ln(y_i)$ $1 \leq i \leq 7$	3,69	3,81	4,01	4,25	4,55	4,83	5,16

- À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés.
On donnera la réponse sous la forme $z = ax + b$, en arrondissant les coefficients a et b au centième.
- En déduire la relation $y = \alpha e^{\beta x}$ où 27,94 et 0,25 sont des valeurs approchées au centième des réels α et β respectivement.
- À l'aide de ce nouvel ajustement, donner une estimation du nombre de pages visitées au cours de la huitième semaine suivant l'ouverture du site.

Combien de semaines auraient été nécessaires pour atteindre ce résultat sans campagne publicitaire ? (on utilisera l'ajustement obtenu dans la partie A).