

**EXERCICE 2** ( 5 points )

On suppose qu'un indice, calculé quotidiennement, n'évolue d'un jour à l'autre que de trois façons possibles soit il diminue de 10%, soit il est stable, soit il augmente de 10%. On note  $i_0 = 100$  l'indice de départ et  $i_n$  l'indice au bout de  $n$  jours.

1. a. Si pendant dix jours consécutifs il y avait trois jours de hausse, puis quatre jours de stabilité, puis trois jours de baisse, quel serait, arrondi au centième, l'indice final  $i_{10}$  ? Quelle serait l'évolution en pourcentage par rapport à  $i_0$  ?  
b. On suppose que l'indice augmente tous les jours. Montrer que la suite  $(i_n)$  des indices est une suite géométrique, dont on précisera le terme initial et la raison. Dans ce cas déterminer au bout de combien de jours cet indice dépassera la valeur 1 000.
2. Une étude a montré que, chaque jour, l'indice augmente de 10 % avec une probabilité égale à 0,3, diminue de 10% avec une probabilité égale à 0,2 et reste stable avec une probabilité égale à 0,5. L'évolution d'un jour à l'autre est indépendante de l'évolution des jours précédents.  
On s'intéresse maintenant à l'évolution de cet indice sur deux jours. On note  $X$  la valeur de l'indice  $i_2$  au bout de deux jours.

- a. Construire un arbre de probabilités illustrant l'évolution de cet indice sur deux jours.
- b. Recopier et compléter le tableau suivant, donnant la loi de probabilité de  $X$  où les  $x_i$  sont les valeurs possibles de  $X$  et  $p_i$  la probabilité que  $X$  soit égale à  $x_i$ .

$x_i$	81	90		100	110	121
$p_i$		0,2	0,12	0,25		

- c. Calculer l'espérance mathématique de  $X$ .