

EXERCICE 2 (5 points)

(Les probabilités demandées seront exprimées sous forme de fractions irréductibles)

Une boîte de jeu est constituée de questions portant sur les deux thèmes « Cinéma » ou « Musique ».

Cette boîte contient un tiers de questions portant sur le thème « Cinéma », les autres portant sur le thème « Musique ».

Le candidat à ce jeu s'appelle Pierre.

PREMIERE PARTIE :

Dans cette partie, on pose à Pierre une question choisie au hasard dans la boîte et on sait que :

- La probabilité que Pierre réponde correctement à une question du thème « Cinéma » est égale à $\frac{1}{2}$.
- La probabilité que Pierre réponde correctement une question du thème « Musique » est égale à $\frac{3}{4}$.

On considère les évènements suivants :

C: la question porte sur le thème « Cinéma »,

M: la question porte sur le thème « Musique »,

E : Pierre répond correctement à la question posée.

1. Déterminer la probabilité de l'évènement :
« La question porte sur le thème « Musique » et Pierre y a répondu correctement ».
2. Montrer que la probabilité de l'évènement E est égale à $\frac{2}{3}$.
3. On suppose que Pierre n'a pas répondu correctement à la question posée ; quelle est la probabilité pour que la question ait porté sur le thème « Cinéma » ?
(Certaines de ces réponses pourront être justifiées à l'aide d'un arbre de probabilités)

DEUXIEME PARTIE :

En fait le jeu se déroule de la façon suivante :

On pose à Pierre une première question (selon les modalités décrites dans la première partie) et il marque 5 points s'il répond correctement et le jeu s'arrête.

Sinon, on lui pose une deuxième question choisie, indépendamment de la première et il marque 2 points s'il répond correctement et le jeu s'arrête.

Sinon, on lui pose une troisième question (choisie indépendamment des deux précédentes) et il marque 1 point s'il répond correctement.

Sinon le jeu s'arrête et il ne marque aucun point.

À chaque fois qu'une question est tirée, on remet dans la boîte une question portant sur le même thème.

1. Traduire cette situation à l'aide d'un arbre de probabilités.
2. Définir la loi de probabilité du nombre de points marqués par Pierre.
3. Calculer l'espérance mathématique du nombre de points marqués par Pierre.