

**EXERCICE 3** (5 points) **CANDIDATS N'AYANT PAS SUIVI L'ENSEIGNEMENT DE SPECIALITE**

Dans tout cet exercice on donnera la valeur exacte de chaque résultat.

Grâce à un système de détecteur, une borne de péage automatique peut délivrer des tickets à deux hauteurs différentes selon le véhicule détecté afin que le conducteur ne soit pas obligé de sortir pour le saisir :

- s'il s'agit d'une voiture, d'une moto ou d'une camionnette, le ticket sort en bas ;
- s'il s'agit d'un camion, le ticket sort en haut.

La société d'autoroute a modélisé le fonctionnement défectueux du détecteur de l'une de ces bornes :

- lorsqu'un camion passe, il n'est correctement détecté que deux fois sur trois ;
- lorsqu'un autre type de véhicule passe, son conducteur est contraint d'en sortir pour saisir son ticket une fois sur quatre.

On estime qu'à cette borne de péage 60 % des véhicules sont des camions. On considère les évènements suivants :

- $C$  : « Le véhicule qui se présente est un camion »
- $H$  : « Le ticket sort en haut »
- $B$  : « Le ticket sort en bas ».

Notation : pour tout évènement  $E$  et tout évènement  $F$  de probabilité non nulle, on note  $p(E)$  la probabilité de l'évènement  $E$  et  $p_F(E)$  la probabilité conditionnelle de  $E$  sachant  $F$ .

1. Donner les probabilités :  $p(C)$  ;  $p_{\bar{C}}(H)$  et  $p_{\bar{C}}(B)$ .
2. Construire un arbre probabiliste présentant la situation.
3. Calculer la probabilité que le ticket sorte en haut.
4. Montrer que la probabilité qu'un conducteur ne soit pas obligé de sortir de son véhicule pour saisir le ticket vaut 0,7.
5. Trois véhicules se présentent l'un après l'autre à cette borne de péage défectueuse. On modélise cette situation comme un tirage avec remise.  
Calculer la probabilité qu'au moins l'un des conducteurs soit contraint de descendre de son véhicule pour saisir son ticket.