

Un fabricant produit des pneus de deux catégories, la catégorie « pneu neige » et la catégorie « pneu classique ». Sur chacun d'eux, on effectue des tests de qualité pour améliorer la sécurité.

On dispose des informations suivantes sur le stock de production :

- le stock contient 40 % de pneus neige ;
- parmi les pneus neige, 92 % ont réussi les tests de qualité ;
- parmi les pneus classiques, 96 % ont réussi les tests de qualité.

Un client choisit un pneu au hasard dans le stock de production. On note :

- N l'évènement : « Le pneu choisi est un pneu neige » ;
- C l'évènement : « Le pneu choisi est un pneu classique » ;
- Q l'évènement : « Le pneu choisi a réussi les tests de qualité ».

Rappel des notations :

Si A et B sont deux évènements, $p(A)$ désigne la probabilité que l'évènement A se réalise et $p_B(A)$ désigne la probabilité de l'évènement A sachant que l'évènement B est réalisé. On notera aussi $\bar{A}$ l'évènement contraire de A .

Les parties A, B et C peuvent être traitées de manière indépendante.

Dans tout cet exercice, les résultats seront arrondis au millième.

Partie A

1. Illustrer la situation à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité de l'évènement $N \cap Q$ et interpréter ce résultat par une phrase.
3. Montrer que $p(Q) = 0,944$.
4. Sachant que le pneu choisi a réussi les tests de qualité, quelle est la probabilité que ce pneu soit un pneu neige ?

Partie B

On appelle durée de vie d'un pneu la distance parcourue avant d'atteindre le témoin d'usure. On note X la variable aléatoire qui associe à chaque pneu classique sa durée de vie, exprimée en milliers de kilomètres. On admet que la variable aléatoire X suit la loi normale d'espérance $\mu = 30$ et d'écart-type $\sigma = 8$.

1. Quelle est la probabilité qu'un pneu classique ait une durée de vie inférieure à 25 milliers de kilomètres ?
2. Déterminer la valeur du nombre d pour que, en probabilité, 20 % des pneus classiques aient une durée de vie supérieure à d kilomètres.

Partie C

Une enquête de satisfaction effectuée l'an dernier a révélé que 85 % des clients étaient satisfaits de la tenue de route des pneus du fabricant. Ce dernier souhaite vérifier si le niveau de satisfaction a été le même cette année.

Pour cela, il décide d'interroger un échantillon de 900 clients afin de conclure sur l'hypothèse d'un niveau de satisfaction maintenu.

Parmi les 900 clients interrogés, 735 sont satisfaits de la tenue de route.

Quelle va être la conclusion du directeur avec un niveau de confiance 0,95 ? Détailler les calculs, la démarche et l'argumentation.