

Les trois parties peuvent être traitées indépendamment.

Les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-3} .

Une entreprise fabrique en grande quantité des médailles circulaires.

La totalité de la production est réalisée par deux machines M_A et M_B .

La machine M_A fournit 40 % de la production totale et M_B le reste.

La machine M_A produit 2 % de médailles défectueuses et la machine M_B produit 3 % de médailles défectueuses.

Partie A

On prélève au hasard une médaille produite par l'entreprise et on considère les événements suivants :

- A : « la médaille provient de la machine M_A » ;
- B : « la médaille provient de la machine M_B » ;
- D : « la médaille est défectueuse » ;
- \overline{D} est l'évènement contraire de l'évènement D .

1. a. Traduire cette situation par un arbre pondéré.

b. Montrer que la probabilité qu'une médaille soit défectueuse est égale à 0,026.

c. Calculer la probabilité qu'une médaille soit produite par la machine M_A sachant qu'elle est défectueuse.

2. Les médailles produites sont librées par lots de 20.

On prélève au hasard un lot de 20 médailles dans la production.

On suppose que la production est assez importante pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage aléatoire avec remise. Les tirages sont supposés indépendants.

On note X la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre de médailles défectueuses contenues dans ce lot.

a. Préciser la loi que suit X et donner ses paramètres.

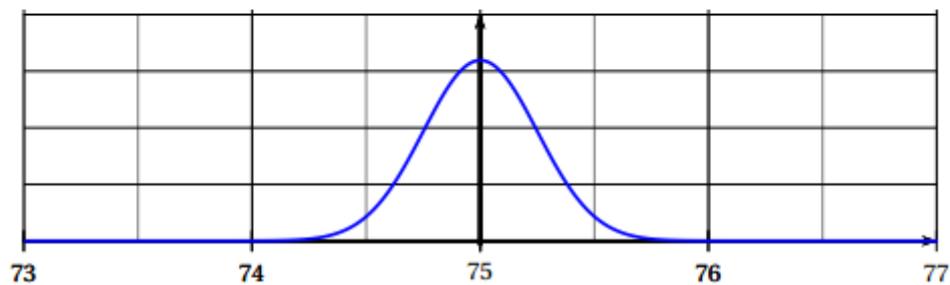
b. Calculer la probabilité qu'il y ait au plus une médaille défectueuse dans ce lot

Partie B

Le diamètre exprimé en millimètre, d'une médaille fabriquée par cette entreprise est conforme lorsqu'il appartient à l'intervalle $[74,4 ; 75,6]$.

On note Y la variable aléatoire qui, à chaque médaille prélevée au hasard dans la production, associe son diamètre en millimètre. On suppose que la variable aléatoire Y suit une loi normale de moyenne μ et d'écart-type 0,25.

La courbe ci-dessous est la représentation graphique de la densité de probabilité de Y .



1. Indiquer par lecture graphique la valeur de μ .
2. Déterminer à l'aide de la calculatrice la probabilité $P(74,4 \leq Y \leq 5,6)$.
3. En utilisant un résultat du cours, déterminer la valeur de h pour que

$$P(75 - h \leq Y \leq 75 + h) \approx 0,95.$$

Partie C

Dans le cadre d'un fonctionnement correct de la machine M_B , on admet que la proportion des médailles ayant une épaisseur non conforme dans la production est de 3%.

Pour contrôler le bon fonctionnement de la machine M_B , on a prélevé au hasard un échantillon de 180 médailles et on a constaté que 11 médailles ont une épaisseur non conforme.

1. Calculer, dans l'échantillon prélevé, la fréquence des médailles dont l'épaisseur n'est pas conforme.
2. Déterminer, en justifiant, si le résultat de la question précédente rend pertinente la prise de décision d'arrêter la production pour procéder au réglage de la machine M_B .