

Avant de réaliser une opération marketing en début de saison, un revendeur de piscines fait une étude dans son fichier client. Il s'intéresse à deux caractéristiques :

- Le type de piscine déjà installée (piscine traditionnelle, piscine en bois, coque en résine) ;
- l'existence d'un système de chauffage.

Il obtient les résultats suivants :

- 50 % des clients choisissent une piscine traditionnelle, et parmi eux, 80 % ont fait installer un système de chauffage ;
- 40 % des clients choisissent une piscine avec coque en résine, dont 60 % seront chauffées ;
- les autres clients ont préféré une piscine en bois.

On choisit au hasard la fiche d'un client dans le fichier informatique du revendeur de piscine, chaque fiche ayant la même probabilité d'être tirée. On note les événements suivants :

$T$  : « Le client choisit une piscine traditionnelle » ;

$R$  : « Le client choisit une piscine avec coque en résine » ;

$B$  : « Le client choisit une piscine en bois » ;

$C$  : « Le client fait installer un chauffage ».

On note  $p(T)$  la probabilité de l'évènement  $T$  et  $p_T(C)$  la probabilité de l'évènement  $C$  sachant que l'évènement  $T$  est réalisé.

Pour tout évènement  $A$ , on note  $\bar{A}$  l'évènement contraire de l'évènement  $A$ .

*Lorsque ce sera nécessaire, les résultats demandés seront arrondis au millième.*

### Partie A

1. Construire un arbre pondéré représentant cette situation. L'arbre pourra être complété tout au long de cet exercice.
2. Montrer que la probabilité que le client choisisse une piscine traditionnelle chauffée est 0,4.
3. On sait aussi que 70 % des clients ont choisi de faire installer un chauffage pour leur piscine.
  - a. Calculer la probabilité  $p(B \cap C)$ .
  - b. En déduire  $p_B(C)$  et compléter l'arbre pondéré précédent.
4. Sachant que la piscine du client dont la fiche a été tirée est chauffée, calculer la probabilité que ce soit une piscine traditionnelle.

### Partie B

On prélève un lot de 120 fiches dans le fichier client du revendeur.

On s'intéresse, dans un tel lot, au nombre de clients ayant choisi d'installer un chauffage pour leur piscine. On modélise ce nombre par la variable aléatoire  $X$  qui suit la loi normale de moyenne  $\mu = 84$  et d'écart-type  $\sigma = 5$ .

1. Calculer la probabilité qu'il y ait entre 74 et 94 piscines chauffées.
2. Calculer la probabilité qu'au moins deux tiers des clients du lot aient choisi d'installer un chauffage pour leur piscine.