

EXERCICE 2 (5 points)

Lors d'un examen, Julien doit répondre à un Q.C.M.

À chaque question trois réponses sont proposées dont une seule est exacte.

Pour chaque question, soit il connaît la réponse et répond de façon exacte, soit il ne la connaît pas et, dans ce cas, bien qu'il ait la possibilité de ne pas répondre, il préfère tenter sa chance et répond au hasard il a alors une chance sur trois que sa réponse soit exacte.

On suppose, de plus, que la probabilité que Julien connaisse la réponse à une question donnée est égale à $\frac{1}{2}$.

On note C l'évènement « Julien connaît la réponse », E l'évènement « la réponse est exacte ».

Rappel de notation : pour un évènement A donné, $p(A)$ désigne la probabilité de l'évènement A et \bar{A} l'évènement contraire de l'évènement A.

1. a. Julien répond à une question du Q.C.M. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
 - b. Démontrer que : $p(E) = \frac{2}{3}$
 - c. Calculer la probabilité que Julien connaisse la réponse à la question sachant que sa réponse est exacte.
2. Le Q.C.M. est composé de trois questions indépendantes. Il est noté sur 3 points. Une bonne réponse rapporte 1 point. Une mauvaise réponse enlève 0,5 point. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est 0. Soit X la note obtenue par Julien à ce Q.C.M.
 - a. Déterminer la loi de probabilité de X. On pourra s'aider d'un arbre. Les résultats seront donnés sous forme de fractions.
 - b. Quelle est la probabilité que Julien ait au moins 1,5 point à ce Q.C.M. ?
 - c. En supposant que tous les élèves se comportent comme Julien, quelle moyenne, arrondie au centième, peut-on attendre à ce Q.C.M. ?