TES **PRIMITIVES ET INTEGRALES** feuille 8

Exercice 3. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,4]$ par

$$f(x) = (3x - 4)\mathrm{e}^{-x} + 2.$$

1. On désigne par f' la dérivée de la fonction f.
   Montrer que l'on a, pour tout x appartenant à l'intervalle $[0\,;\,4]$,
   $f'(x) = (7 - 3x)\mathrm{e}^{-x}$.
2. Étudier les variations de f sur l'intervalle $[0\,;\,4]$ puis dresser le tableau de variations de f sur cet intervalle. Toutes les valeurs du tableau seront données sous forme exacte.
3. a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[0\,;\,4]$.
   b) Donner à l'aide de la calculatrice, une valeur approchée de α à 0,01 près.
4. On considère la fonction F définie sur l'intervalle $[0\,;\,4]$ par

$$F(x) = (1 - 3x)\mathrm{e}^{-x} + 2x.$$

   a) Montrer que F est une primitive de f sur $[0\,;\,4]$.
   b)* Calculer la valeur moyenne de f sur $[0\,;\,4]$
5. On admet que la dérivée seconde de la fonction f est la fonction f'' définie sur l'intervalle $[0\,;\,4]$ par $f''(x) = (3x - 10)\mathrm{e}^{-x}$.
   a) Déterminer l'intervalle sur lequel la fonction f est convexe.
   b) Montrer que la courbe représentative $\mathcal{C}$ de la fonction f possède un point d'inflexion dont on précisera l'abscisse.

Exercice 4.*
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (2x + 1)e^{3x}$$

Pour déterminer une primitve F définie sur $\mathbb{R}$ de f, on suppose qu'elle est de la forme $F(x) = (ax + b)e^{3x}$ où a et b sont deux nombres réels à déterminer.

1. Vérifier que $F'(x) = (3ax + a + 3b)e^{3x}$.
2. En déduire une primitive de f.