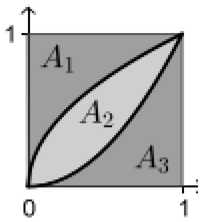
TES **PRIMITIVES ET INTEGRALES** feuille 7

27 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par
$$f(x) = -x^2 + 4x - 3.$$
1. Démontrer que pour tout $x \in [1;3]$, $f(x) \geq 0$.
2. Calculer l'aire comprise entre la courbe de f et l'axe des abscisses.

28 On considère la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par
$$f(x) = \frac{4\ln x}{x}.$$
1. Dériver la fonction G définie par $G(x) = \ln^2 x$. En déduire une primitive F de f.
2. Calculer l'aire comprise entre la courbe de f, l'axe des abscisses et la droite d'équation $x = 3$.

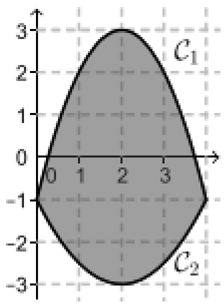
29 On considère les fonctions f, g, h définies sur $[0;1]$ par
$$f(x) = x^2,\ g(x) = \sqrt{x} \text{ et } h(x) = 1.$$
On a représenté f et g sur le graphique ci-contre.



1. Justifier que $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$.
2. Exprimer chacune des aires A_1, A_2, A_3 à l'aide d'intégrales et des fonctions f, g, h.
3. Montrer que la fonction G définie par $G(x) = \frac{2}{3}x\sqrt{x}$ est une primitive de g.
4. En déduire que $A_1 = A_2 = A_3$.

31 On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par
$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 1 \text{ et } g(x) = -x^2 + 4x - 1.$$

On a représenté ci-contre les courbes de f et g sur $[0;4]$.



1. Associer chaque fonction à sa courbe.
2. Montrer que pour tout réel $x \in [0;4]$, $g(x) - f(x) \geq 0$.
3. Déterminer les points d'intersection de $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$.
4. En déduire l'aire du domaine coloré.