PARTIE A

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2e^{-0,5x} + x$.

1. Calculer $f'(x)$.
2. Étudier les variations de f et dresser le tableau de variation de f.

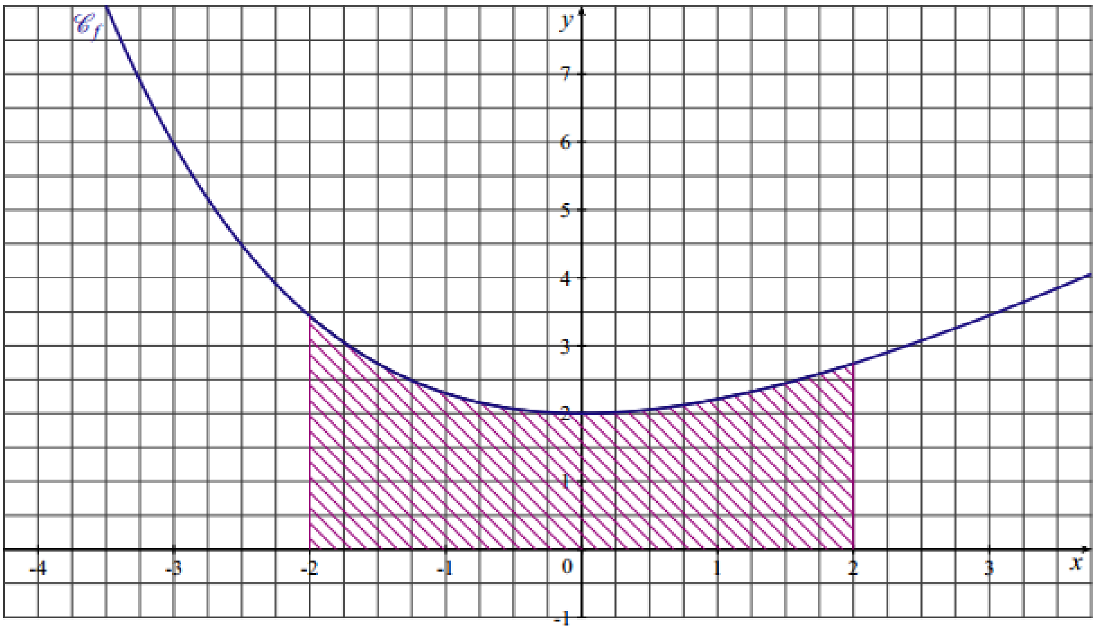
PARTIE B

On considère maintenant la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = \dfrac{x^2}{2} - 4e^{-0,5x}$.

1. Montrer que $F'(x) = f(x)$.
2. Étudier les variations de la fonction F.
3. Montrer que l'équation $F(x) = 0$ a une solution unique α dans $\mathbb{R}$, avec α appartenant à l'intervalle $[1 ; 2]$.
   Donner une valeur arrondie au dixième près de α.
4. Étudier la convexité de la fonction F.
5. La courbe représentative de de la fonction F a-t-elle un point d'inflexion ?

PARTIE C

1. Calculer la valeur exacte de l'intégrale $I = \displaystyle\int_{-2}^{2} f(x)\,dx$
2. On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthogonal (*unités graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées*).



Calculer une valeur approchée à 10^{-2} près de l'aire en cm^2 de la portion du plan hachurée.