EXERCICE 1

On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 5 & z & 3 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} x & -1 \\ -3 & y \\ -14 & -1 \end{pmatrix}$

- Déterminer les réels x , y et z pour que le produit des deux matrices $AB = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- Peut-on conclure que la matrice B est l'inverse de la matrice A ?

EXERCICE 2

(3 points)

Un artisan fabrique trois articles A , B et C .

Chacun de ces trois articles est obtenu à partir de trois matières premières différentes m_1 , m_2 et m_3 .

Le tableau suivant présente les quantités, exprimées dans la même unité, de matières premières nécessaires à la fabrication de chaque article A , B ou C .

	A	B	C
m_1	1	3	5
m_2	4	5	2
m_3	3	4	2

On considère la matrice de production $P = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 4 & 5 & 2 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ et on donne $P^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 14 & -19 \\ -2 & -13 & 18 \\ 1 & 5 & -7 \end{pmatrix}$ sa matrice inverse.

- L'artisan reçoit une commande de 10 articles A , 12 articles B et 8 articles C .
Calculer à l'aide d'un produit de deux matrices, la matrice M indiquant les quantités de matières premières nécessaires à la réalisation de cette commande.
- Au début du mois cet artisan reçoit une livraison de 2000 unités de matière première m_1 , 2300 unités de matière première m_2 et 1900 unités de matière première m_3 .
Déterminer le nombre de chaque article que l'artisan peut produire avec les quantités des matières premières qu'il reçoit.

EXERCICE 3

(4 points)

On considère la matrice $M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -3 & \frac{1}{2} & -3 \\ -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$. On note $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ la matrice identité d'ordre 3.

- Calculer la matrice M^2 .
- Calculer la matrice $M + 2M^2$.
 - En déduire que M est inversible et exprimer M^{-1} en fonction des matrices I et M .
 - Calculer M^{-1} .