

**EXERCICE 4** (6 points) **COMMUN A TOUS LES CANDIDATS**

On donne ci-dessous le tableau de variation de la fonction  $f$  définie sur  $]0; 1[ \cup ]1; +\infty[$  par :

$$f(x) = \frac{1}{x \ln x}$$

et on nomme  $C$  sa représentation graphique dans un repère orthogonal  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  du plan.

$x$	0	$\frac{1}{e}$	1	$+\infty$	
$f'(x)$		+	0	-	-
$f$	$-\infty$	$\nearrow -e$	$\searrow -\infty$	$+\infty$	$\searrow 0$

1) Justifier les éléments suivants donnés par ce tableau de variations : signe de  $f'(x)$ , limites aux bornes de l'ensemble de définition, image de  $\frac{1}{e}$  par  $f$ .

On admet que :  $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x = 0$ .

2) Combien la courbe  $C$  possède-t-elle d'asymptotes ? Donner une équation de chacune d'elles.

3) a. Donner une équation de la tangente à la courbe  $C$  en son point A d'abscisse  $\frac{1}{e}$ .

b. Déterminer une équation de la tangente à la courbe  $C$  en son point B d'abscisse  $e$ .

4) Indiquer pour quelles valeurs du réel  $k$  l'équation  $f(x) = k$  :

- ne possède aucune solution ;
- possède une solution unique ;
- possède deux solutions distinctes.

(Aucune justification n'est attendue dans cette question, on pourra s'aider de la représentation graphique de la fonction  $f$  obtenue à l'aide de la calculatrice).