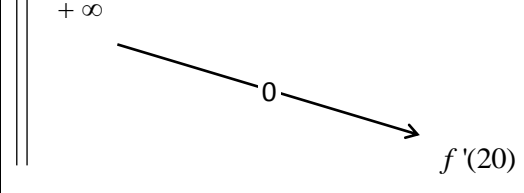


EXERCICE 3 (6 points) **COMMUN A TOUS LES CANDIDATS****PARTIE A**

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0; 20]$ par $f(x) = (3e^2 - x) \ln x + 10$.

1. a. Déterminer la limite de f en 0.
b. Calculer la valeur exacte de $f(e^2)$, puis une valeur approchée à 0,01 près.
2. Montrer que pour tout x de l'intervalle $]0; 20]$, $f'(x) = -\ln x + \frac{3e^2}{x} - 1$ où f' désigne la dérivée de la fonction f .
3. On admet que la fonction dérivée f' est strictement décroissante sur $]0; 20]$ et que son tableau de variations est le suivant :

x	0	e^2	20
$f'(x)$	$+\infty$ 	0	$f'(20)$

- a. À l'aide du tableau de variations, donner le signe de $f'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle $]0; 20]$.
- b. Déterminer le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $]0; 20]$ et dresser son tableau de variations sur cet intervalle.
4. a. Montrer que sur l'intervalle $[0,6; 0,7]$, l'équation $f(x) = 0$ possède une unique solution notée α . À la calculatrice, donner une valeur approchée de α à 0,001 près par excès.
b. Démontrer que $f(x)$ est négatif pour tout $x \in]0; \alpha[$ et que $f(x)$ est positif pour tout $x \in]\alpha; 20]$.

PARTIE B

Une entreprise produit et vend chaque semaine x milliers de DVD, x appartenant à $]0; 20]$.

Le bénéfice réalisé est égal à $f(x)$ milliers d'euros où f est la fonction étudiée dans la partie A.

En utilisant les résultats de la partie A :

1. déterminer le nombre minimal de DVD à fabriquer pour que le bénéfice soit positif ;
2. déterminer le nombre de DVD à produire pour que le bénéfice soit maximal ainsi que la valeur, à 10 euros près, de ce bénéfice maximal.