On étudie la propagation d'une maladie lors d'une épidémie.

Partie A

Des relevés statistiques ont permis de modéliser, par une fonction f, le nombre de malades durant l'épidémie.
Cette fonction f est définie sur $[1\,;26]$ par :

$$f(t) = 24t\ln(t) - 3t^2 + 10$$

où t est le nombre de semaines écoulées depuis le premier cas constaté et $f(t)$ est le nombre de milliers de malades comptabilisés après t semaines.

1. On note f' la fonction dérivée de la fonction f.
   Montrer que, pour tout réel t de l'intervalle $[1\,;26]$, $f'(t) = 24\ln(t) - 6t + 24$.
2. Les variations de la fonction f' sont données dans le tableau suivant :

t	1		4		26
$f'(t)$		$\nearrow$		$\searrow$	

   a. Montrer que l'équation $f'(t) = 0$ admet, dans l'intervalle $[1\,;26]$, une solution et une seule qu'on notera α et donner l'encadrement de α par deux entiers naturels consécutifs.

   b. En déduire le signe de $f'(t)$ sur $[1\,;26]$ et les variations de f sur $[1\,;26]$.

3. Le réel $f'(t)$ représente la vitesse de propagation de la maladie au bout de t semaines.

   a. Dans le contexte du problème, donner une interprétation de l'expression mathématique suivante : « sur $[4\,;26]$, f' est décroissante. »

   b. À partir des questions précédentes, déterminer le nombre de semaines écoulées à partir duquel le nombre de malades par semaine a commencé à diminuer.

Partie B

On admet que la fonction G définie par :

$$G(t) = 12t^2\ln(t) - 6t^2$$

est une primitive sur $[1\,;26]$ de la fonction g définie par : $g(t) = 24t\ln(t)$.

1. Déterminer, sur $[1\,;26]$, une primitive F de la fonction f.
2. On a trouvé que l'arrondi à l'entier de $\dfrac{1}{26-1}[F(26) - F(1)]$ est 202. Donner une interprétation de ce résultat dans le contexte du problème.