PARTIE A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [1 ; 6] par $f(x) = ax + b - \dfrac{16}{x}$ où a et b sont des nombres réels.

On admet que f est dérivable sur l'intervalle [1 ; 6] et on note f' la fonction dérivée de f sur cet intervalle.

La courbe représentative de f, donnée en annexe, coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisses 1 et 4 et admet une tangente horizontale au point A de coordonnées (2 ; 4).

1. a. Déterminer graphiquement les valeurs de $f(1)$, $f(2)$, $f(4)$ et $f'(2)$
   b. En utilisant deux des quatre résultats de la question 1. a., déterminer les valeurs des réels a et b.
2. On admet que la fonction f est définie sur [1 ; 6] par $f(x) = -4x + 20 - \dfrac{16}{x}$.
   a. Calculer $f'(x)$ puis étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle [1 ; 6].
   b. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle [1 ; 6] en précisant uniquement les valeurs de $f(1)$, $f(2)$ et $f(4)$.
   c. En déduire le signe de $f(x)$ sur l'intervalle [1 ; 6].
3. On considère la fonction F définie sur l'intervalle [1 ; 6] par $F(x) = -2x^2 + 20x - 18 - 16\ln x$.
   a. Montrer que F est la primitive de la fonction f sur [1 ; 6] telle que $F(1) = 0$.
   b. En utilisant les résultats des questions précédentes, dresser le tableau de variations de la fonction F sur l'intervalle [1 ; 6], les valeurs seront arrondies au millième.

PARTIE B

Une entreprise fabrique des pièces pour assemblage de moteurs qu'elle conditionne par centaines. Sa fabrication journalière varie entre 100 et 600 pièces. L'objectif est d'étudier le bénéfice quotidien réalisé par cette entreprise.

Une étude a montré que le bénéfice marginal quotidien de cette entreprise est modélisé par la fonction f définie dans la partie A, appelée fonction « bénéfice marginal». Pour x compris entre 1 et 6, x est exprimé en centaines de pièces fabriquées et vendues quotidiennement et $f(x)$ est exprimé en milliers d'euros.

En économie, la fonction « bénéfice marginal » est considérée comme la dérivée d'une fonction appelée fonction « bénéfice ».

On sait de plus que le bénéfice de l'entreprise est nul pour la fabrication et la vente quotidienne de 100 pièces.

Dans ces questions toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

1. Déterminer la quantité de pièces à fabriquer et à vendre quotidiennement pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal. En déduire le bénéficie maximal (on donnera ce bénéfice maximal arrondi à l'unité d'euro).
2. Déterminer la quantité de pièces à fabriquer et à vendre quotidiennement pour que l'entreprise réalise un bénéfice supérieur à 3 000 € (on donnera le résultat arrondi à l'unité).