EXERCICE 4 (*5 points*)

Soit *f* la fonction définie et dérivable sur l'intervalle [0 ; 4] par $f(x) = -x^2 - x + 4\ln(x+1)$.

On note *C* sa courbe représentative dans le repère orthogonal, donnée en annexe.

On note f' la fonction dérivée de *f* sur l'intervalle [0 ; 4].

1. Calculer $f'(x)$.
2. Justifier le sens de variation de la fonction *f* sur l'intervalle [0 ; 4].
3. Montrer que sur l'intervalle [0 ; 4], l'équation $f(x) = 0$ possède une unique solution α.
   Donner un encadrement de α d'amplitude 0,01. En déduire le signe de $f(x)$ sur l'intervalle [0 ; 4].
4. On définit la fonction F dérivable sur l'intervalle [0 ; 4] par : $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x + 3x + (x+1)\ln(x+1)$.
   Montrer que *F* est une primitive de la fonction *f* sur l'intervalle [0 ; 4].
5. Soit *A* l'aire, en unités d'aire, du domaine *D* délimité par la courbe *C*, l'axe des abscisses, et les droites d'équation *x* = 0 et *x* = 1.
   a. Hachurer le domaine *D* sur la figure fournie en annexe.
   b. Par lecture graphique, donner un encadrement par deux entiers consécutifs de *A*.
   c. Calculer la valeur exacte en unités d'aire de *A*. Vérifier la cohérence de vos résultats.

ANNEXE à rendre avec la copie