EXERCICE 4 (6 *points*) **COMMUN A TOUS LES CANDIDATS**

On considère la fonction *f* définie sur $]-1;+\infty[$ par $f(x)=-3x+4+8\ln(x+1)$.

On note (*C*) sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

1. a) Calculer la limite de *f* en −1. Donner l'interprétation graphique du résultat obtenu.
   b) Déterminer la limite de *f* en +∞(on pourra utiliser $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln(x+1)}{x}=0$).

2. a) On note *f* ' la dérivée de *f* sur]−1 ; +∞[. Démontrer que $f'(x)=\frac{5-3x}{x+1}$.
   b) Étudier le signe de *f* ' et dresser le tableau de variations de *f* . On donnera une valeur arrondie au dixième du maximum de *f* sur]−1 ; +∞[.

3. On se place dans l'intervalle $\left[\frac{5}{3};+\infty\right[$. Démontrer que dans cet intervalle, l'équation *f* (*x*) = 0 admet une solution unique notée x_0. Donner une valeur approchée de x_0 à 10^{-2} près.

4. a) Vérifier que la fonction *F* définie par $F(x)=-\frac{3}{2}x^2-4x+8(x+1)\ln(x+1)$ est une primitive de *f* sur]−1 ; +∞[.
   b) Calculer l'aire, exprimée en unités d'aire, du domaine plan limité par la courbe (*C*), l'axe des abscisses et les droites d'équations *x* = 0 et *x* = 5 (on donnera la valeur exacte de cette aire et une valeur approchée au dixième près).