TES **LOGARITHME** feuille 22

PREMIÈRE PARTIE

On considère une fonction g définie sur l'intervalle $\left]-\frac{1}{2}\ ;\ +\infty\right[$ par :

$$g(x) = -x^2 + ax - \ln(2x+b), \text{ où } a \text{ et } b \text{ sont deux réels.}$$

Calculer a et b pour que la courbe représentative de g dans un plan muni d'un repère $\left(O\ ;\vec{i},\ \vec{j}\right)$ passe par l'origine du repère et admette une tangente parallèle à l'axe des abscisses au point d'abscisse $\frac{1}{2}$.

DEUXIÈME PARTIE

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $\left]-\frac{1}{2}\ ;\ +\infty\right[$ par : $f(x) = -x^2 + 2x - \ln(2x+1)$.

On admet que f est dérivable et on note f' sa dérivée.

Le tableau de variation de la fonction f est le suivant :

x	$-\frac{1}{2}$		0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
variations de f	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\frac{3}{4}+\ln\left(\frac{1}{2}\right)$	$\searrow$	$-\infty$

1) Justifier tous les éléments contenus dans ce tableau.

2) a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $\left[\frac{1}{2}\ ;1\right]$.

   b) Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.

3) Déterminer le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $\left]-\frac{1}{2}\ ;\ +\infty\right[$.