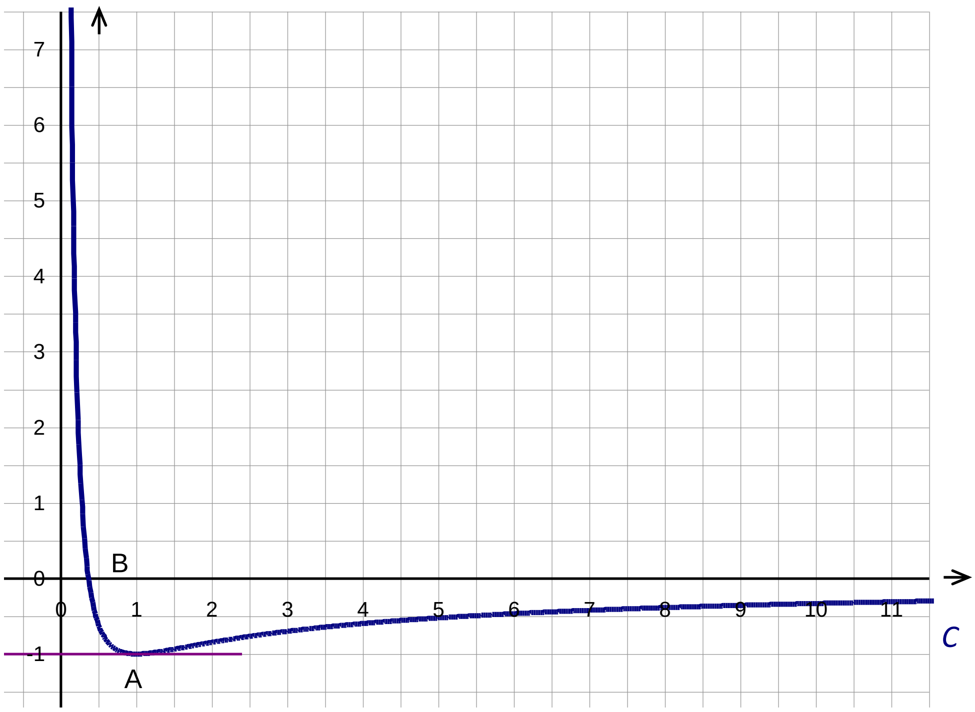
EXERCICE 2 (*5 points*)

La courbe *C* ci-dessous représente une fonction *f* définie et dérivable sur l'intervalle I =]0 ; +∞[. On note *f '* la fonction dérivée de *f* sur l'intervalle I.

Les axes (O*x*) et (O*y*) sont asymptotes à *C*. La courbe *C* passe par les points *A*(1 ; −1) et $B\left(\frac{1}{e};0\right)$ et admet une tangente parallèle à (O*x*) au point *A*.



1. En utilisant les données ci-dessus, déterminer sans justification :
   a. *f* (1) et *f '*(1).
   b. $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$.
   c. les solutions de l'inéquation $f(x) \geq 0$ et les solutions de l'inéquation $f'(x) \geq 0$.
2. On admet que, pour tout réel *x* de l'intervalle I, $f(x) = \dfrac{a + b\ln x}{x}$ où *a* et *b* sont deux nombres réels.
   a. Exprimer *f '*(*x*) en fonction des réels *a* et *b*.
   b. Utiliser les résultats de la question 1a pour montrer que *a* = −1 et *b* = −1.
   c. Retrouver les résultats de la question 1c par le calcul.