

EXERCICE 4 (6 points) **COMMUN A TOUS LES CANDIDATS**

Un laboratoire pharmaceutique produit et commercialise un médicament en poudre. Sa production hebdomadaire, exprimée en kilogrammes, est limitée à 10 kilogrammes.

PARTIE I : étude des coûts hebdomadaires de production

- 1) Le coût marginal de production est fonction de la quantité x de médicament produit. Une étude a montré que, pour cette entreprise, l'évolution du coût marginal de production est modélisée par la fonction C_m définie pour les nombres réels x de l'intervalle $[0 ; 10]$ par : $C_m(x) = x + \frac{16}{x+1}$

($C_m(x)$ est exprimé en centaines d'euros, x en kilogrammes).

Étudier les variations de la fonction C_m , puis dresser le tableau de variation de la fonction C_m sur l'intervalle $[0 ; 10]$.

- 2) En économie, le coût marginal de production correspond à la dérivée du coût total de production. Ainsi le coût total de production hebdomadaire est modélisé par une primitive de la fonction C_m .

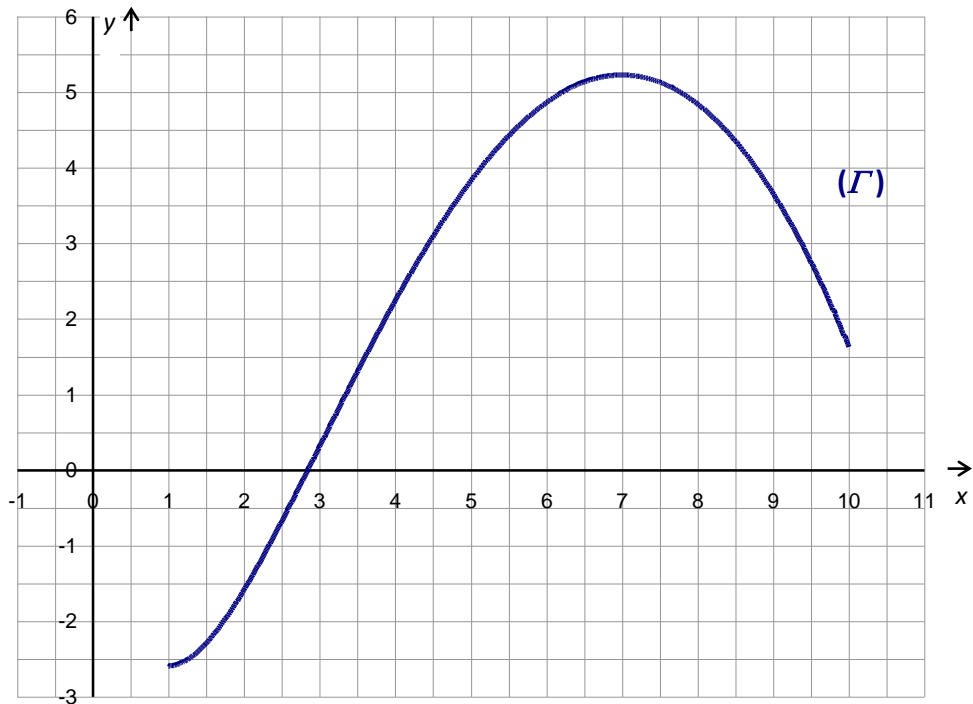
Déterminer la fonction C , primitive de la fonction C_m sur l'intervalle $[0 ; 10]$ qui modélise ce coût total, pour une production de médicaments comprise entre 0 et 10 kilogrammes, sachant que $C(0) = 0$.

PARTIE II : étude du bénéfice hebdomadaire.

On admet que le laboratoire produit une quantité hebdomadaire d'au moins 1 kg et que tout ce qui est produit est vendu.

Le bénéfice hebdomadaire (exprimé en centaines d'euros) dépend de la masse x (exprimée en kilogrammes) de médicament produit. Il peut être modélisé par la fonction B définie sur l'intervalle $[1 ; 10]$ par $B(x) = 9x - 0,5x^2 - 16\ln(x+1)$.

La représentation graphique de la fonction B dans le plan muni d'un repère orthogonal est la courbe (Γ) donnée ci-dessous.



- 1) a. On admet que la fonction B est strictement croissante sur l'intervalle $[1 ; 7]$ et strictement décroissante sur l'intervalle $[7 ; 10]$.
En déduire la quantité de médicaments que l'entreprise doit produire par semaine pour que son bénéfice hebdomadaire (en centaines d'euros) soit maximal.
- b. Calculer ce bénéfice hebdomadaire maximal en centaines d'euros (arrondir à l'euro).
- 2) a. Utiliser la courbe (Γ) pour déterminer un encadrement d'amplitude 0,5 de la plus petite quantité x_0 de médicaments que l'entreprise doit produire par semaine pour ne pas perdre d'argent.
- b. Utiliser la calculatrice pour déterminer une valeur décimale de x_0 approchée au centième.