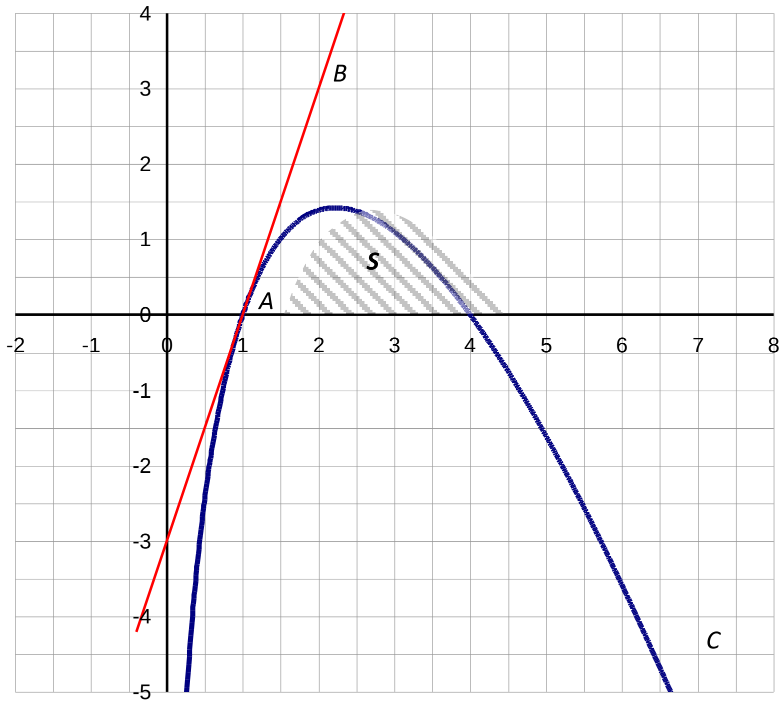
EXERCICE 3 *(5 points)* **COMMUN A TOUS LES CANDIDATS**



On considère la fonction *f* dont la courbe représentative *C* est représentée ci-dessus dans le plan muni d'un repère orthonormal.

f est définie et dérivable sur]0 ; +∞[. On note f' la fonction dérivée de *f.*

La courbe *C* passe par le point *A* (1 ; 0) et admet la droite (*AB*) pour tangente à la courbe en *A*.

PARTIE A

Pour tout réel *x* de] 0 ; +∞[, $f\left(x\right)=\left(ax+b\right)\ln x$ où *a* et *b* sont deux réels.

1. Calculer $f'\left(x\right)$ en fonction de *a* et *b*.
2. Sans justifier et par lecture graphique, donner *f* (4) et $f'\left(1\right)$.
3. Justifier que *a* et *b* sont solutions du système d'équations suivant : $\begin{cases} 4a+b=0 \\ a+b=3 \end{cases}$
4. Déterminer *a* et *b*.

PARTIE B

On admet que la fonction précédente est définie pour tout *x* de]0 ; +∞[par $f(x)=(4-x)\ln x$. On appelle *S* l'aire hachurée sous la courbe *C*.

1. Soit *F* la fonction définie et dérivable sur]0 ; +∞[par $F(x)=-\frac{1}{2}\left(x^2\ln x-\frac{x^2}{2}-8x\ln x+8x\right)$.

   Montrer que *F* est une primitive de *f* sur]0 ; +∞[.
2. En déduire la valeur exacte de $I=\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x$
3. Donner une valeur arrondie à 10^{-1} de *S* exprimée en unités d'aire. Justifier.