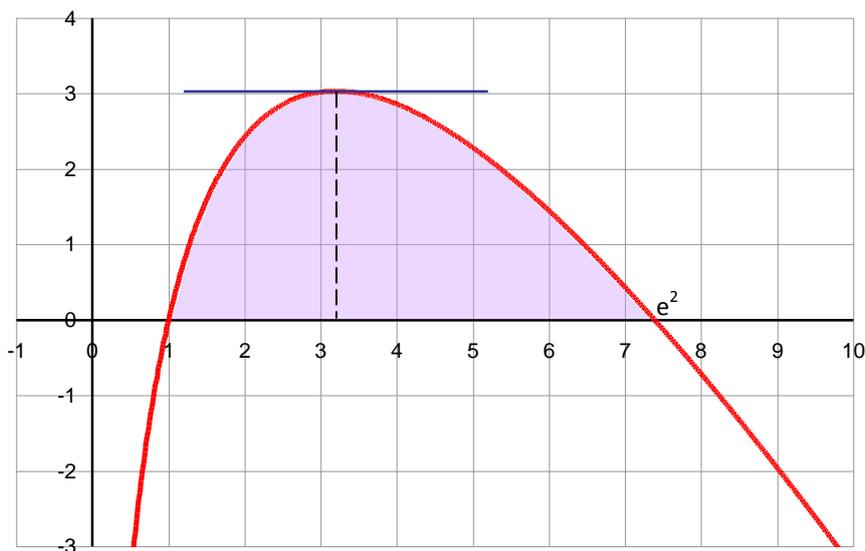


EXERCICE 4 (7 points)

Dans une entreprise, on a modélisé le bénéfice réalisé, en milliers d'euros, pour la vente de x centaines d'appareils par la fonction f définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par $f(x) = -2x + (e^2 - 1)\ln x + 2$

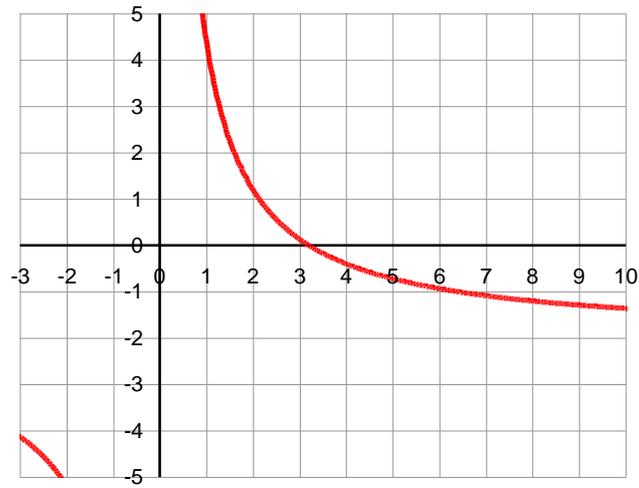
La courbe de la fonction f est donnée sur la figure ci-dessous :



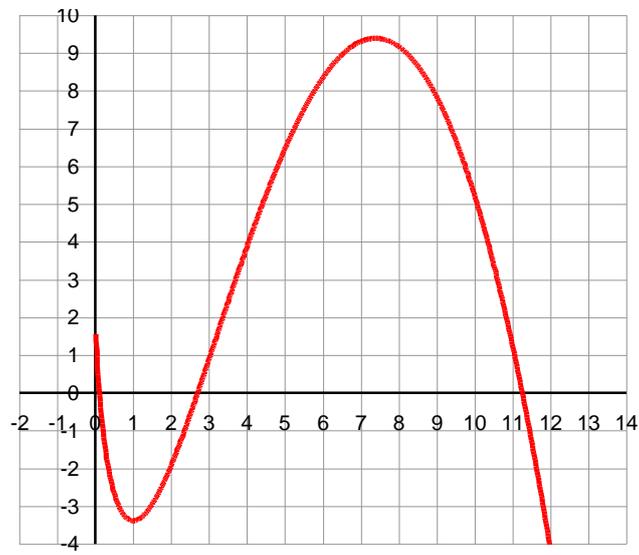
1. Vérifier par le calcul que $f(1) = 0$ et $f(e^2) = 0$.
2. À l'aide du graphique, déterminer approximativement
 - a) le nombre d'appareils que l'entreprise doit fabriquer pour réaliser un bénéfice maximal et le montant de ce bénéfice ;
 - b) les valeurs de x pour lesquelles le bénéfice réalisé est positif ou nul.
3. a) Déterminer la dérivée f' de la fonction f sur l'intervalle $]0; +\infty[$.
 b) Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire le sens de variation de la fonction f .
 c) En déduire le nombre d'appareils vendus par cette entreprise quand elle réalise le bénéfice maximal (*le résultat sera arrondi à l'unité*)
4. Parmi les courbes données en annexe, une seule correspond à celle d'une primitive de f . Déterminer la courbe qui convient, en expliquant votre choix (on pourra s'appuyer sur le signe de $f(x)$).
5. En utilisant le résultat de la question précédente, en déduire, par une lecture graphique, une valeur approchée (en unité d'aire) de l'aire du domaine hachuré dans la figure ci-dessus.
6. a) Démontrer que la fonction F définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par $F(x) = -x^2 + (3 - e^2)x + (e^2 - 1)x \ln x$ est une primitive de f .
 b) Déterminer la valeur moyenne du bénéfice de l'entreprise sur l'intervalle où ce bénéfice est positif ou nul.

ANNEXE : EXERCICE 4

Courbe de F_1



Courbe de F_2



Courbe de F_3

