TES **INTEGRALES** feuille 5

EXERCICE 3 ***(*** *5 points* ***)***

La courbe (C), donnée ci-dessous en annexe 1, est la représentation graphique, dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O};\vec{i};\vec{j}\right)$ du plan d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. La droite (T) est la tangente à cette courbe au point de coordonnées (0 ; 2). On appelle α la valeur de la variable x pour laquelle f admet un maximum noté M : M = f (α) (la valeur de α n'est pas demandée).

On précise que $f(-1)$, $f(0)$, $f(2)$, $f'(0)$ sont des nombres entiers.

Les parties A et B sont indépendantes.

PARTIE A

1. f' désigne la fonction dérivée de f sur $\mathbb{R}$ .Déterminer graphiquement $f(0)$, $f'(0)$ et le signe de $f(x)$ suivant les valeurs du réel x sur l'intervalle [−6 ; 2].
2. Soit g la fonction définie pour tout x de l'intervalle [0 ; 2[par $g(x)=\ln\left[f(x)\right]$ et g' sa fonction dérivée.
   a . En utilisant notamment des résultats obtenus par lecture graphique de la courbe (C), dresser le tableau de variations de g et déterminer la limite de g en 2.
   b . Déterminer $g'(0)$.

PARTIE B

Soit F une primitive de f sur $\mathbb{R}$, F' désigne la dérivée de F sur $\mathbb{R}$.

1. Déterminer à l'aide du graphique $F'(-1)$ et $F'(2)$. On admet qu'il est possible de trouver deux nombres réels a et b tels que, pour tout réel x, $F(x)=\left(ax^2+bx-1\right)e^x$.
   a . Exprimer $F'(x)$ en fonction de x et de a et b.
   b . En utilisant les résultats trouvés à la question 1 de la partie B, démontrer que pour tout x de $\mathbb{R}$, $F(x)=\left(-x^2+3x-1\right)e^x$.
   c . Calculer $F(2)-F(-1)$. Interpréter graphiquement ce résultat.

ANNEXE **1**