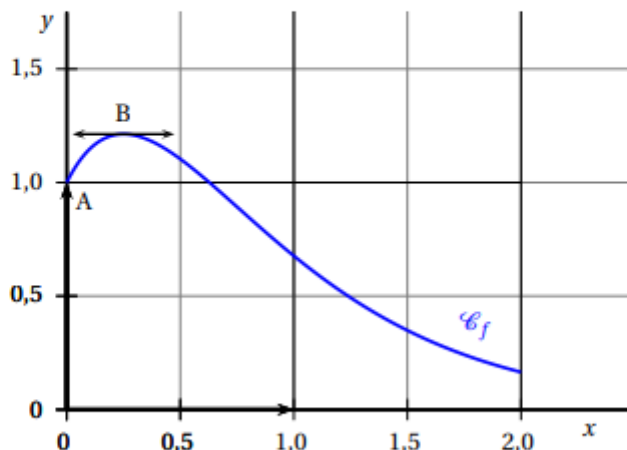


Le graphique ci-dessous représente, dans un repère orthonormal, la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ d'une fonction f définie sur l'intervalle $[0; 2]$.

On suppose que f est deux fois dérivable et on note f' la fonction dérivée de f .

On sait que :

- le point $A(0; 1)$ appartient à la courbe $\mathcal{C}_f$.
- la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point B d'abscisse $0,25$ est parallèle à l'axe des abscisses.



Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A

On suppose que la fonction f est définie sur l'intervalle $[0; 2]$ par $f(x) = (ax + b)e^{-2x}$ où a et b sont deux réels à déterminer.

1. En utilisant le graphique et les données de l'énoncé, déterminer $f(0)$ et $f'(0,25)$.
2. Déterminer l'expression de $f'(x)$ en fonction de a et b .
3. Dédire des deux questions précédentes les valeurs des réels a et b .

Partie B

On admet que la fonction f est définie sur l'intervalle $[0; 2]$ par

$$f(x) = (4x + 1)e^{-2x}.$$

On admet par ailleurs que $f'(x) = (2 - 8x)e^{-2x}$ et $f''(x) = (16x - 12)e^{-2x}$ où f'' désigne la dérivée seconde de la fonction f sur l'intervalle $[0; 2]$.

1. Étudier le signe de f' sur $[0; 2]$ puis en déduire les variations de f sur $[0; 2]$.
2. Montrer que la courbe $\mathcal{C}_f$ admet, sur l'intervalle $[0; 2]$, un unique point d'inflexion dont on précisera l'abscisse.
3. Soit F la fonction définie sur l'intervalle $[0; 2]$ par $F(x) = (-2x - 1,5)e^{-2x}$.
 - a. Montrer que F est une primitive de la fonction f sur $[0; 2]$.
 - b. En déduire l'aire exacte $\mathcal{A}$, en unité d'aire, du domaine D du plan situé entre $\mathcal{C}_f$ l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 2$.
 - c. Déterminer la valeur moyenne, arrondie à 10^{-1} , de la fonction f sur l'intervalle $[0; 2]$.