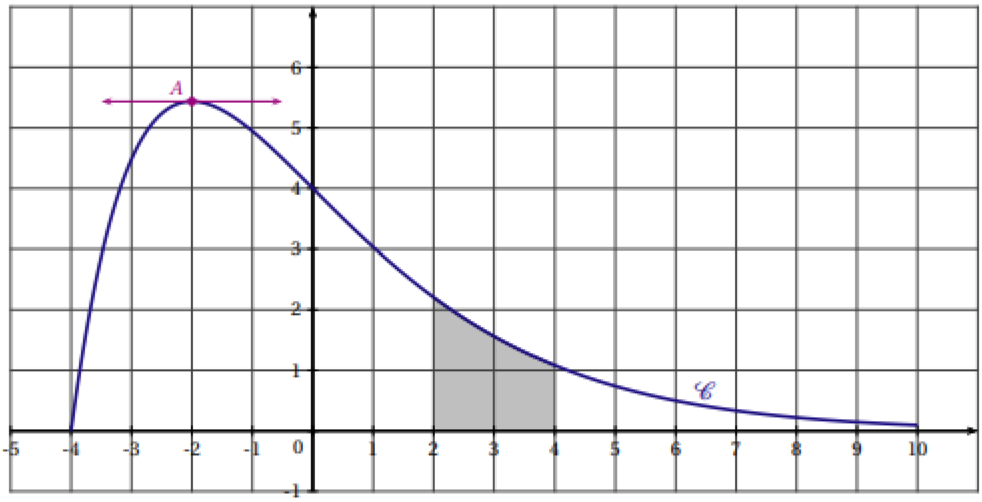
La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous est la courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé d'une fonction f définie et deux fois dérivable sur l'intervalle $[-4;10]$. On note f' la fonction dérivée de f, et f'' sa dérivée seconde.
La tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse -2 est parallèle à l'axe des abscisses.
Le domaine S grisé sur la figure est le domaine compris entre la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses, la droite d'équation $x = 2$ et la droite d'équation $x = 4$.



PARTIE A

1. Déterminer, en la justifiant, la valeur de $f'(-2)$.
2. Par une lecture graphique, quel semble être le signe de $f'(4)$?
3. Déterminer, par une lecture graphique, un encadrement par deux entiers consécutifs de l'aire du domaine S grisé sur la figure.

PARTIE B

La fonction f précédente est définie sur l'intervalle $[-4;10]$ par $f(x) = (x+4)\mathrm{e}^{-0,5x}$.

1. **a.** Montrer que $f'(x) = (-0,5x-1)\mathrm{e}^{-0,5x}$.
   b. Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[-4;10]$.
   c. Montrer que sur l'intervalle $[1;6]$ l'équation $f(x) = 1,5$ admet une unique solution. On notera α cette unique solution.
   d. Donner une valeur approchée à 10^{-2} de α.
2. On admet que la dérivée seconde de f est définie par $f''(x) = 0,25x\mathrm{e}^{-0,5x}$.
   a. Étudier la convexité de la fonction f sur l'intervalle $[-4;10]$.
   b. En déduire que la courbe $\mathscr{C}$ admet un unique point d'inflexion I dont on calculera les coordonnées.
3. **a.** On considère la fonction F définie par $F(x) = (-2x-12)\mathrm{e}^{-0,5x}$. Comment peut-on montrer que F est une primitive de f sur l'intervalle $[-4;10]$? *On ne demande pas d'effectuer cette vérification.*
   b. Calculer $S = \displaystyle\int_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x$.
   On en donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie au centième.