

Partie A

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $[1 ; 45]$ par

$$g(x) = -20x + 5x \ln(x) + 30.$$

1.
 - a. On note g' la fonction dérivée de g .
Montrer que, pour tout x appartenant à $[1 ; 45]$, on a $g'(x) = -15 + 5 \ln(x)$.
 - b. Montrer que l'inéquation $-15 + 5 \ln(x) \geq 0$ est équivalente à $x \geq e^3$.
 - c. Dresser le tableau de variations de la fonction g (les valeurs seront arrondies au centième si besoin).
2.
 - a. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[1 ; 45]$.
 - b. Donner un encadrement de α d'amplitude 0,01.
 - c. En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x dans l'intervalle $[1 ; 45]$.
3. On considère la fonction G définie sur l'intervalle $[1 ; 45]$ par

$$G(x) = -11,25x^2 + 2,5x^2 \ln(x) + 30x.$$

Montrer que G est une primitive de la fonction g sur l'intervalle $[1 ; 45]$.

4.
 - a. Calculer une valeur approchée au dixième de l'intégrale $\int_{10}^{45} g(x) dx$.
 - b. Déduire de la question précédente la valeur moyenne de g sur l'intervalle $[10 ; 45]$. Arrondir le résultat à l'unité.

Partie B

Un ballon sonde, lâché à une altitude de 1 km, relève en continu la température atmosphérique jusqu'à 45 km d'altitude.

On admet que la fonction g définie dans la partie A modélise la température de l'air, exprimée en degrés Celsius, en fonction de l'altitude x du ballon sonde, exprimée en km.

À l'aide des résultats de la partie A, répondre aux questions suivantes.

1. Déterminer l'altitude à partir de laquelle la température devient inférieure à 0 degré Celsius.
2. Déterminer la température minimale relevée par la sonde.
3. On appelle stratosphère la couche atmosphérique se situant entre 10 km et 45 km d'altitude.
Déterminer la température moyenne de la stratosphère. Le résultat sera arrondi au degré.