

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0; 10]$ par

$$f(x) = (2x - 5)e^{-x+4} + 20.$$

Partie A

1. Montrer que, pour tout x de l'intervalle $[0; 10]$, $f'(x) = (-2x + 7)e^{-x+4}$.
2. En déduire le sens de variation de f et dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle $[0; 10]$.
Si nécessaire, arrondir au millièmes les valeurs présentes dans le tableau de variation.
3. Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur $[0; 10]$ et déterminer un encadrement d'amplitude 0,01 de α .
4. On admet que la fonction F définie sur $[0; 10]$ par

$$F(x) = (-2x + 3)e^{-x+4} + 20x$$

est une primitive de f sur $[0; 10]$.

Calculer la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[0; 10]$. Arrondir le résultat au millièmes.

Partie B

Une entreprise fabrique entre 0 et 1 000 objets par semaine.

Le bénéfice, en milliers d'euros, que réalise cette entreprise lorsqu'elle fabrique et vend x centaines d'objets est modélisé par la fonction f définie sur $[0; 10]$ par :

$$f(x) = (2x - 5)e^{-x+4} + 20.$$

Répondre aux questions suivantes en utilisant les résultats de la partie A et en arrondissant les résultats à l'unité.

1. Quel est le nombre d'objets à vendre pour réaliser un bénéfice maximum ?
Quel est ce bénéfice maximal en euros ?
2. À partir de combien d'objets fabriqués et vendus l'entreprise réalise-t-elle un bénéfice positif ?
3. Interpréter le résultat de la question 4 de la partie A.