

### Étude de la répartition des salaires dans deux entreprises

Un cabinet d'audit a été chargé d'étudier la répartition des salaires dans deux filiales d'une entreprise, appelées A et B. Pour l'étude, les salaires sont classés par ordre croissant.

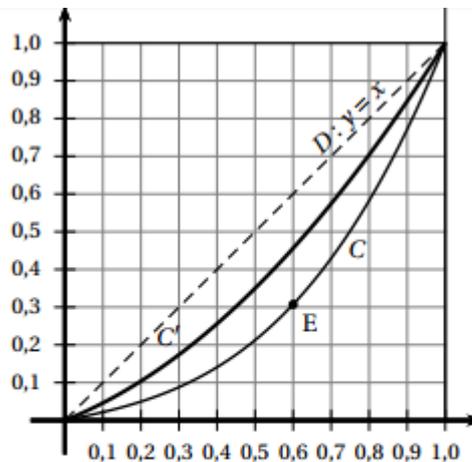
Le cabinet d'audit a modélisé la répartition de salaires par la fonction  $u$  pour la filiale A et par la fonction  $v$  pour la filiale B.

Les fonctions  $u$  et  $v$  sont définies sur l'intervalle  $[0; 1]$  par :

$$u(x) = 0,6x^2 + 0,4x \text{ et}$$

$$v(x) = 0,7x^3 + 0,1x^2 + 0,2x.$$

On a tracé ci-contre les courbes représentatives  $C$  et  $C'$  des fonctions  $u$  et  $v$ .



- Déterminer la courbe représentative de la fonction  $u$  en justifiant la réponse.
- Lorsque  $x$  représente un pourcentage de salariés,  $u(x)$  et  $v(x)$  représentent le pourcentage de la masse salariale que se partagent ces salariés dans leurs filiales respectives.
 

Exemple : pour la courbe  $C$ , le point  $E(0,60; 0,3072)$  signifie que 60% des salariés ayant les plus bas salaires se partagent 30,72% de la masse salariale.

  - Calculer le pourcentage de la masse salariale que se répartissent les 50% des salariés de la filiale A ayant les plus bas salaires.
  - Pour les 50% des salariés ayant les plus bas salaires, laquelle des filiales, A ou B, distribue la plus grande part de la masse salariale ?
  - Quelle filiale paraît avoir une distribution des salaires la plus inégalitaire ?
- Pour mesurer ces inégalités de salaires, on définit le coefficient de Gini associé à une fonction  $f$  modélisant la répartition des salaires, rangés en ordre croissant, par la formule :

$$c_f = 2 \left( \frac{1}{2} - \int_0^1 f(x) dx \right).$$

- Montrer que  $c_u = 0,2$ .
- En observant que  $\frac{c_v}{2} = \int_0^1 x dx - \int_0^1 v(x) dx$ , donner une interprétation graphique de  $\frac{c_v}{2}$  en termes d'aires.
- En déduire que  $c_v$  est compris entre 0 et 1.
- Justifier l'inégalité  $c_u \leq c_v$ .