

Les parties A et B ne sont pas indépendantes

Partie A

On considère la fonction f définie sur $[1 ; 11]$ par

$$f(x) = -0,5x^2 + 2x + 15 \ln x.$$

1. Montrer que $f'(x) = \frac{-x^2 + 2x + 15}{x}$ où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f .
2. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[1 ; 11]$. On donnera les valeurs exactes des éléments du tableau.
3.
 - a. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[1 ; 11]$.
 - b. Donner une valeur approchée de α à 0,01 près.
 - c. Déterminer le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x dans l'intervalle $[1 ; 11]$.
4.
 - a. On considère la fonction F définie sur $[1 ; 11]$ par

$$F(x) = -\frac{1}{6}x^3 + x^2 - 15x + 15x \ln x.$$

Montrer que F est une primitive de la fonction f

- b. Calculer $\int_1^{11} f(x) dx$. On donnera le résultat exact puis sa valeur arrondie au centième.
- c. En déduire la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[1 ; 11]$. (On donnera la valeur arrondie au centième.)

Partie B

Une société fabrique et vend des chaises de jardin. La capacité de production mensuelle est comprise entre 100 et 1 100 chaises.

Le bénéfice mensuel réalisé par la société est modélisé par la fonction f définie dans la partie A, où x représente le nombre de centaines de chaises de jardin produites et vendues et $f(x)$ représente le bénéfice mensuel, exprimé en milliers d'euros.

On précise qu'un bénéfice peut être positif ou négatif, ce qui correspond, dans ce deuxième cas, à une perte.

1. Quelles quantités de chaises la société doit-elle produire et vendre pour obtenir un bénéfice mensuel positif?
2. Déterminer le nombre de chaises que la société doit produire et vendre pour obtenir un bénéfice mensuel maximal.