

EXERCICE 4 (6 points)

On considère la fonction f définie sur \mathbf{R} par $f(x) = \frac{5e^x}{e^x + 1}$

On désigne par f' la fonction dérivée de f et par F la primitive de f sur \mathbf{R} qui vérifie $F(0) = 0$.

Dans le repère orthonormal d'unité 2 cm de l'annexe 2, la courbe C_f tracée représente la fonction f et la droite D est sa tangente au point $A\left(0; \frac{5}{2}\right)$.

PREMIERE PARTIE

1. La courbe C_f admet pour asymptotes en $-\infty$ la droite d'équation $y = 0$ et en $+\infty$ la droite d'équation $y = 5$. En déduire $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
2. Démontrer que, pour tout nombre réel x , $f'(x) = \frac{5e^x}{(e^x + 1)^2}$.
3. Étudier le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x et en déduire le sens de variation de f sur \mathbf{R} .
4. En utilisant le résultat de la question 2., déterminer une équation de la droite D .

DEUXIEME PARTIE

1. Pour tout réel x , exprimer $F(x)$ en fonction de x .
2. Vérifier que $F(1) = 5 \ln\left(\frac{e+1}{2}\right)$.
3. Sur l'annexe 2, le domaine grisé est délimité par la courbe C_f , les axes de coordonnées et la droite d'équation $x = 1$.
Calculer l'aire, en unités d'aire, de ce domaine et en donner une valeur approchée arrondie au dixième.

