

On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par

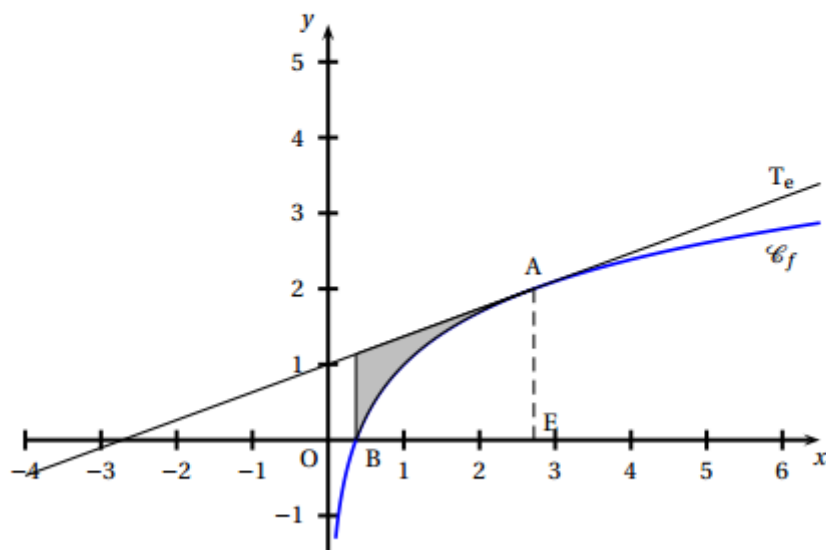
$$f(x) = 1 + \ln(x).$$

On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère du plan.

Le point $A(e; 2)$ appartient à $\mathcal{C}_f$ et on note T_e la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point A.

Le point C est le point d'intersection de la tangente T_e et de l'axe des abscisses. Le point E a pour coordonnées $(e; 0)$.

On admettra que sur $]0; +\infty[$, $\mathcal{C}_f$ reste en dessous de T_e .



1. a. Le point B est le point d'intersection de $\mathcal{C}_f$ et de l'axe des abscisses. Calculer les coordonnées du point B.
- b. Démontrer que, pour $x \geq \frac{1}{e}$, $f(x) \geq 0$.
2. a. Déterminer une équation de T_e .
- b. En déduire les coordonnées du point C.
- c. Vérifier que les points E et C sont symétriques par rapport à O, origine du repère.

On considère la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = x \ln x$.

3. a. Démontrer que la fonction g est une primitive de la fonction f sur $]0; +\infty[$.
- b. En déduire la valeur exacte de $\int_{\frac{1}{e}}^e (1 + \ln x) dx$. Interpréter ce nombre. e
4. Dans cette question, toute trace de recherche même non aboutie sera prise en compte.

Déterminer la valeur exacte de l'aire, exprimée en unités d'aire, du domaine limité par $\mathcal{C}_f$, T_e et les droites parallèles à l'axe des ordonnées passant par B et E. Ce domaine est grisé sur le graphique. Donner une valeur approchée arrondie au millièème de cette aire.