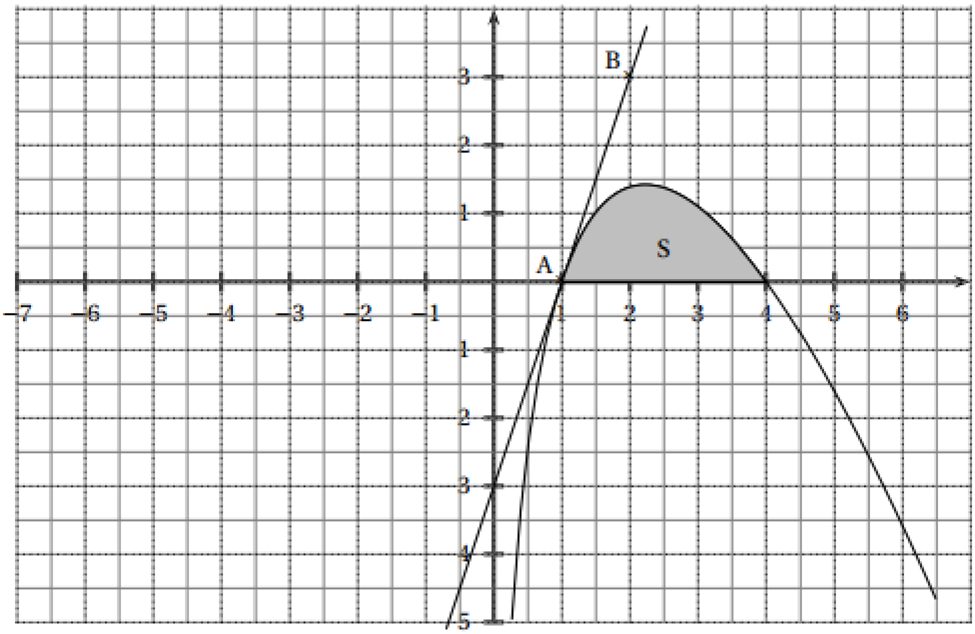

On considère la fonction f dont la courbe représentative $\mathscr{C}$ est représentée ci-dessus dans le plan muni d'un repère orthonormal.
La courbe $\mathscr{C}$ passe par le point A(1 ; 0) et admet la droite (AB) pour tangente à la courbe $\mathscr{C}$.

Partie A

Pour tout réel x de $]0\,;\,+\infty[$, $f(x) = (ax+b)\ln x$ où a et b sont deux réels.

1. Calculer $f'(x)$ en fonction de a et b.
2. Sans justifier et par lecture graphique, donner $f(4)$ et $f'(1)$.
3. Justifier que a et b sont solutions du système d'équations suivant : $\left\{\begin{array}{lcl} 4a+b & = & 0 \\ a+b & = & 3 \end{array}\right.$

   Déterminer a et b.

Partie B

On admet que la fonction précédente est définie pour tout x de $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = (4-x)\ln x$.
On appelle S l'aire hachurée sous la courbe $\mathscr{C}$.

1. Soit F la fonction définie et dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$ par

$$F(x) = -\frac{1}{2}\left(x^2\ln x - \frac{x^2}{2} - 8x\ln x + 8x\right).$$

   Montrer que F est une primitive de f sur $]0\,;\,+\infty[$.
2. En déduire la valeur exacte de $\mathrm{I} = \int_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x$.
3. Donner une valeur arrondie à 10^{-1} de S exprimée en unités d'aire. Justifier.