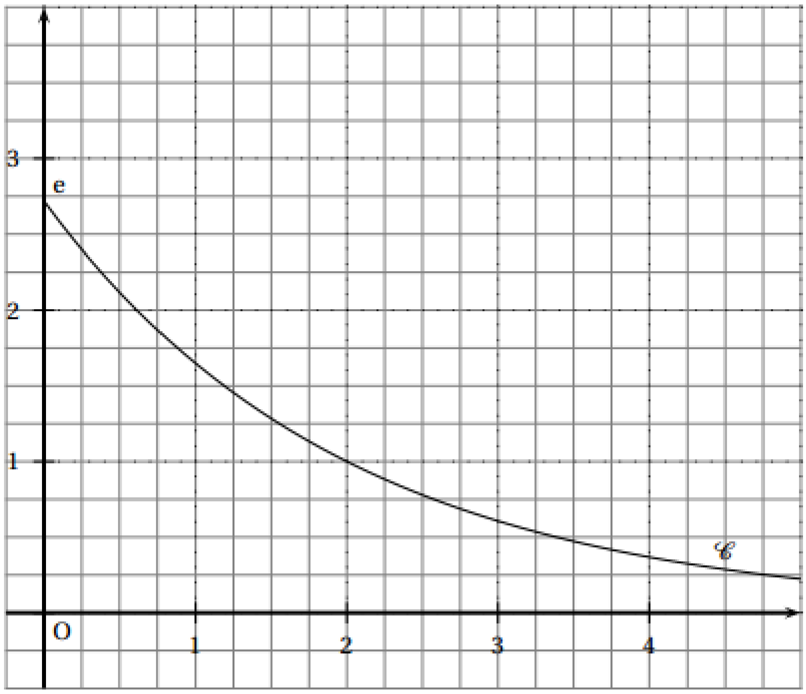
On donne ci-dessous la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}x+1}$$

dans un repère orthonormé du plan $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ d'unité 2 cm.



1. Démontrer que l'équation réduite de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 2 est $y = -\dfrac{1}{2}x + 2$. Tracer T sur le graphique de la feuille annexe.

2. On définit la fonction g sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$g(x) = f(x) + \frac{1}{2}x - 2.$$

a. Démontrer que la fonction g est décroissante sur l'intervalle $[0\,;\,2]$ et croissante sur l'intervalle $[2\,;\,+\infty[$.

b. Calculer $g(2)$. En déduire le signe de g sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$. Interpréter graphiquement le résultat.

3. **a.** Hachurer sur le graphique de la feuille annexe le domaine $\mathscr{D}$ délimité par la courbe $\mathscr{C}$, la droite T, la droite d'équation $x = 2$ et l'axe des ordonnées.

b. Calculer l'aire du domaine $\mathscr{D}$ en cm^2. On donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie à 10^{-2}.

Exercice 3