

On considère la fonction g définie sur \mathbb{R} par

$$g(x) = x + ke^{ax} \text{ où } k \text{ et } a \text{ sont des nombres fixés.}$$

Sur la figure donnée en annexe, la courbe \mathcal{C} représentant la fonction g et la droite D d'équation $y = x$ sont tracées dans un repère orthogonal (unités : 2 cm pour l'axe des abscisses, 1 cm pour l'axe des ordonnées).

Le point E a pour coordonnées (0 ; 6) et le point F a pour coordonnées (3 ; 0). On précise que la droite (EF) est tangente à la courbe \mathcal{C} au point E et la courbe \mathcal{C} admet au point B une tangente horizontale.

On note g' la fonction dérivée de la fonction g .

1.
 - a. Par lecture graphique, déterminer la valeur de $g(0)$.
 - b. Par lecture graphique, déterminer la valeur de $g'(0)$.
 - c. Exprimer $g'(x)$ en fonction de a et k .
 - d. En utilisant les résultats précédents, déterminer les valeurs de k et a . On justifiera les calculs.

Dans la suite de l'exercice, on prendra $g(x) = x + 6e^{-0,5x}$.

2. Démontrer que la droite D est asymptote à la courbe \mathcal{C} en $+\infty$.
3. On admet que la courbe \mathcal{C} est située au dessus de la droite D . Soit S le domaine délimité par la courbe \mathcal{C} , la droite D , l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 4$.
 - a. Hachurer S sur le graphique.
 - b. Calculer, en cm^2 , l'aire \mathcal{A} du domaine S . Donner la valeur exacte, puis une valeur approchée à $0,1 \text{ cm}^2$ près.
4. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
Déterminer la valeur exacte de l'abscisse du point B.

