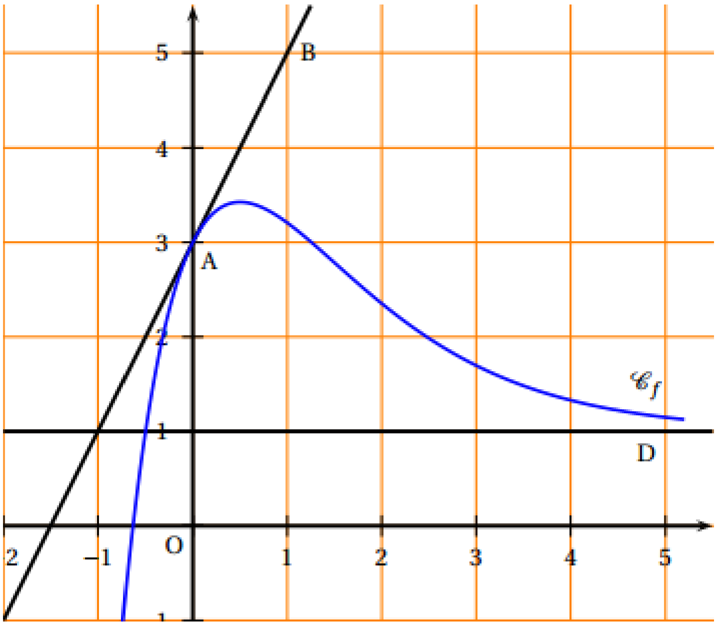
La courbe $\mathscr{C}_f$ tracée ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
On note f' la fonction dérivée de f.

- La tangente T à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A(0 ; 3) passe par le point B(1 ; 5).
- La droite D d'équation $y = 1$ est asymptote horizontale à la courbe $\mathscr{C}_f$ au voisinage de $+\infty$.



1. En utilisant les données et le graphique, préciser :
   a. La valeur du réel $f(0)$ et la valeur du réel $f'(0)$.
   b. La limite de la fonction f en $+\infty$.
2. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A .
3. Préciser un encadrement par deux entiers consécutifs de l'aire, en unités d'aire, de la partie du plan située entre la courbe $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 1$.
4. On admet que la fonction f est définie, pour tout nombre réel x, par une expression de la forme $f(x) = 1 + \dfrac{ax+b}{e^x}$, où a et b sont des nombres réels.
   a. Déterminer l'expression de $f'(x)$ en fonction de a, de b et de x.

   b. À l'aide des résultats de la question 1. a., démontrer que l'on a, pour tout réel x :
$$f(x) = 1 + \frac{4x+2}{e^x}.$$
5. Soit F la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = x + \dfrac{-4x-6}{e^x}$. On admet que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
   Déterminer la valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-2} près de l'aire, en unités d'aire, de la partie du plan située entre la courbe $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 1$.
   Ce résultat est-il cohérent avec l'encadrement obtenu à la question 3. ?