

Pour jouer sur internet à un certain jeu la souscription d'un abonnement annuel est obligatoire.

À partir d'un sondage, on prévoit que :

- 80 % des abonnés renouvellent chaque année leur abonnement,
- le nombre de nouveaux abonnés sera de 20 000 tous les ans.

1. Au premier janvier 2012, on comptait 50 000 abonnés à ce jeu en ligne.
Selon ce modèle, justifier qu'au premier janvier 2013 le nombre d'abonnés sera égal à 60 000.
2. a. Justifier que le nombre d'abonnés au premier janvier de l'année $2012 + n$ est modélisé par la suite (a_n) définie par :

$$\begin{cases} a_0 &= 50\,000 \\ a_{n+1} &= 0,8a_n + 20\,000 \end{cases} \text{ pour tout entier naturel } n$$

- b. Calculer a_2 et a_3 .
 - c. Sur le graphique situé en annexe, à rendre avec la copie, on a représenté dans le plan muni d'un repère orthonormal les droites D d'équation $y = x$ et Δ d'équation $y = 0,8x + 20\,000$.
Sur l'axe des abscisses, représenter a_0 puis construire a_1, a_2, a_3, a_4 en utilisant les représentations graphiques des deux droites précédentes.
Laisser apparents les traits de construction.
 - d. En s'appuyant sur une observation graphique, émettre une conjecture sur la limite de la suite (a_n) .
3. On admet que pour tout nombre entier naturel n , $a_n = 100\,000 - 50\,000 \times 0,8^n$.
 - a. Déterminer la limite de la suite (a_n) .
 - b. *Toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
En utilisant ce modèle, donner une estimation de l'année à partir de laquelle, au premier janvier, le nombre d'abonnés à ce jeu sera supérieur à 95 000.