

Le centre commercial Commerce Plus est implanté dans une ville. La première semaine, 80 % des habitants de la ville viennent faire leurs achats dans ce centre commercial, puis on constate dans les semaines suivantes que :

- la probabilité qu'un habitant étant venu faire des achats dans le centre commercial y retourne la semaine suivante est égale à 0,55 ;
- la probabilité qu'un habitant n'étant pas venu faire des achats dans le centre commercial y aille la semaine suivante est égale à 0,6.

On cherche à étudier l'évolution de la répartition des visites des habitants dans le centre commercial sur plusieurs semaines.

1. On note A l'état : « l'habitant vient faire ses courses au centre commercial ».  
On note B l'état : « l'habitant ne vient pas faire ses courses au centre commercial ».
  - a. Représenter la situation ci-dessus par un graphe probabiliste.
  - b. On note M la matrice de transition de ce graphe.  
Vérifier que  $M = \begin{pmatrix} 0,55 & 0,45 \\ 0,6 & 0,4 \end{pmatrix}$ .
2. On appelle  $P_n = (a_n \quad b_n)$  la matrice traduisant la répartition des habitants selon leur venue au centre commercial au cours de la  $n$ -ième semaine :

- $a_n$  représente la proportion d'habitants qui vient faire ses courses au centre commercial au cours de la  $n$ -ième semaine,
- $b_n$  représente la proportion d'habitants qui ne vient pas faire ses courses au centre commercial au cours de la  $n$ -ième semaine.

Ainsi, on a  $P_1 = (0,8 \quad 0,2)$ .

- a. Calculer  $P_2$  et  $P_3$ .
  - b. Donner une interprétation de  $P_3$  en termes de répartition des habitants.
3. Soit  $P = (x \quad y)$  la matrice ligne de l'état probabiliste stable.
    - a. Déterminer  $x$  et  $y$ . On donnera les valeurs exactes, puis les résultats arrondis au centième.
    - b. Interpréter ces résultats.