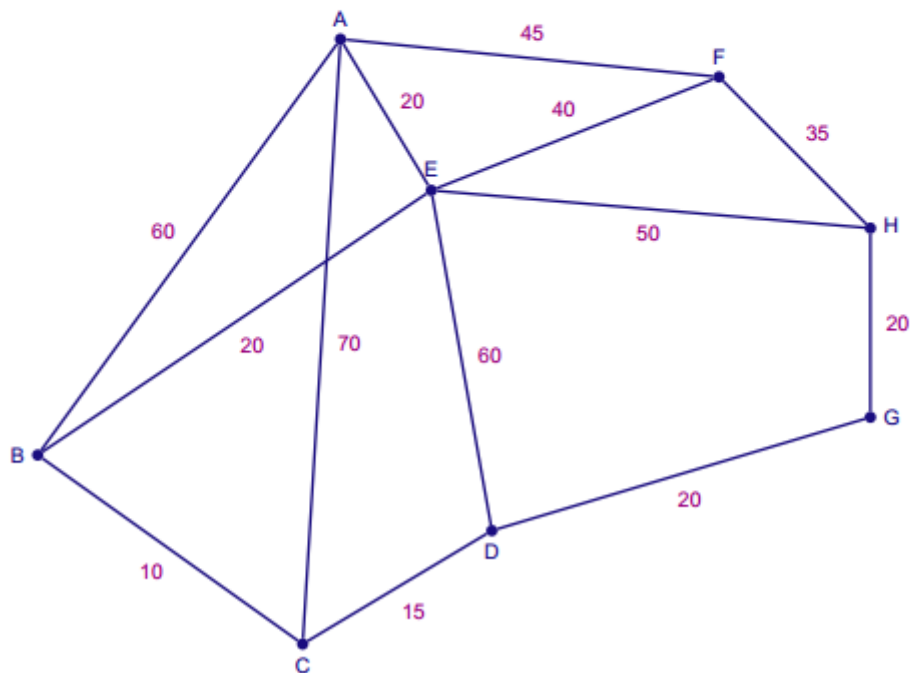


Jonathan est un sportif adepte du semi-marathon (course à pied de 21,1 km). Depuis le 1^{er} janvier 2012, il a décidé de courir un semi-marathon par mois. Afin d'améliorer sa préparation, il décide d'enchaîner les courses pédestres de 10 km dans différentes villes.

PARTIE A

Le graphe pondéré ci-dessous représente les villes A, B, C, D, E, F, H organisant des courses de 10 km et la ville G est celle organisant le prochain semi-marathon auquel Jonathan est inscrit.

Le poids de chaque arête représente le temps, en minutes, nécessaire pour relier une ville à une autre grâce aux transports en commun.



Jonathan vient de courir dans la ville A et souhaite se rendre dans la ville G pour repérer le parcours de son prochain semi-marathon. Déterminer à l'aide d'un algorithme le chemin permettant de relier le plus rapidement la ville A à la ville G et donner la durée de ce parcours en minutes.

PARTIE B

Grâce à son entraînement et à son expérience, Jonathan sait que :

- S'il a terminé la course lors de son précédent semi-marathon, il terminera le prochain semi-marathon avec une probabilité de 0,62 ;
- S'il a abandonné lors de son précédent semi-marathon, il terminera le prochain semi-marathon avec une probabilité de 0,8.

Jonathan a terminé son semi-marathon de janvier 2012. Pour tout entier naturel n , on note P_n la matrice ligne $(r_n \quad t_n)$ traduisant l'état probabiliste du n -ième mois écoulé depuis janvier 2012, où r_n désigne la probabilité que Jonathan abandonne au semi-marathon du n -ième mois et t_n la probabilité que Jonathan termine le semi-marathon du n -ième mois.

L'état probabiliste initial, correspondant à janvier 2012, est donc donné par : $P_0 = (0 \quad 1)$.

1. Traduire les données par un graphe probabiliste dont les sommets sont notés R et T (R lorsque Jonathan abandonne, T lorsqu'il termine le semi-marathon).
2. En déduire la matrice de transition en considérant les sommets dans l'ordre alphabétique.
3. Calculer l'état probabiliste P_2 . En déduire la probabilité que Jonathan ait abandonné lors du semi-marathon couru en mars 2012.
4. Soit P la matrice ligne $(x \quad y)$ donnant l'état stable.
 - a. Calculer les valeurs de x et de y arrondies à 10^{-3} près.
 - b. Interpréter les résultats obtenus.