

Partie A

Pour les déplacements entre les principales villes d'une région, les habitants peuvent acquérir soit la carte d'abonnement bus (PassBus), soit la carte d'abonnement train (PassTrain), toutes les deux étant valables un an.

Une étude récente montre que le nombre global d'abonnements reste constant dans le temps et que, chaque année, la répartition des abonnements évolue de la manière suivante :

- 10 % des abonnements PassBus sont remplacés par des abonnements PassTrain;
- 15 % des abonnements PassTrain sont remplacés par des abonnements PassBus.

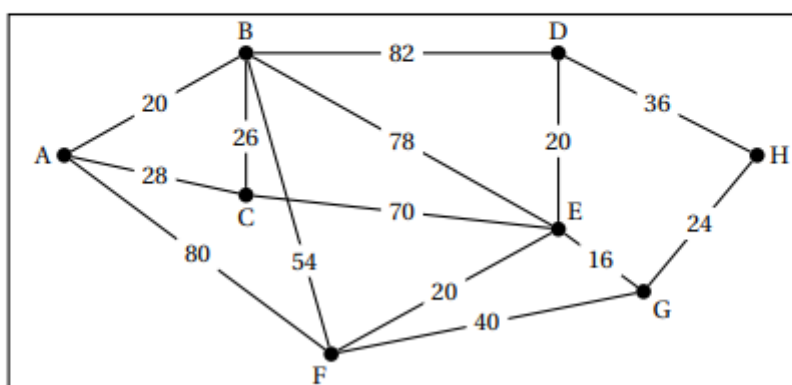
1. Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets B et T où le sommet B représente l'état « abonné PassBus » et T l'état « abonné PassTrain ».
2. Déterminer la matrice de transition de ce graphe en respectant l'ordre B, T des sommets.
3. En 2016, les abonnements PassBus représentaient 25 % de l'ensemble des abonnements, tandis que les abonnements PassTrain en représentaient 75 %.
Quelle sera la part, en 2019, des abonnements PassBus dans l'ensemble des abonnements ?
Donner le résultat en pourcentage arrondi à 0,1 %.
4. Déterminer l'état stable du graphe probabiliste et interpréter le résultat obtenu dans le contexte de l'exercice.

Partie B

Le réseau ferroviaire de la région est schématisé par le graphe ci-dessous.

Les sommets représentent les villes et les arêtes représentent les voies ferrées.

Sur les arêtes du graphe sont indiquées les distances exprimées en kilomètre entre les villes de la région.



Déterminer, en utilisant l'algorithme de Dijkstra, le trajet le plus court pour aller de la ville A à la ville H. Préciser la longueur en kilomètre de ce trajet.