

Dans un plan de lutte contre la pollution urbaine, une municipalité a décidé de réduire l'utilisation des automobiles en ville en instaurant une taxe pour les automobiles circulant dans une zone du centre ville appelée ZTL (Zone à Trafic Limité) et de développer un réseau de navettes.

### Partie A

L'objectif affiché par la municipalité est de réduire de moitié la présence des automobiles dans la zone ZTL, dans les deux ans à venir.

Initialement, 40 % des automobiles circulant dans la ville, circulaient dans cette zone ZTL. Suite à l'instauration de la taxe, l'évolution du trafic dans la ville a été suivie mois après mois. L'étude a révélé que, parmi les automobiles circulant dans la ville :

- \* 3 % des automobiles circulant dans la zone ZTL n'y circulaient plus le mois suivant.
- \* 0,2 % des automobiles qui ne circulaient pas dans la zone ZTL ont été amenés à y circuler le mois suivant.

On note  $Z$  l'état : « l'automobile a circulé dans la zone ZTL au cours du mois » et  $\bar{Z}$  l'état : « l'automobile n'a pas circulé dans la zone ZTL au cours du mois ».

Pour tout entier naturel  $n$ , on note :

- \*  $a_n$  la proportion d'automobiles circulant dans la zone ZTL au cours du  $n$ -ième mois ;
- \*  $b_n$  la proportion d'automobiles ne circulant pas dans la zone ZTL au cours du  $n$ -ième mois ;
- \*  $P_n = (a_n \ b_n)$  la matrice ligne donnant l'état probabiliste après  $n$  mois.

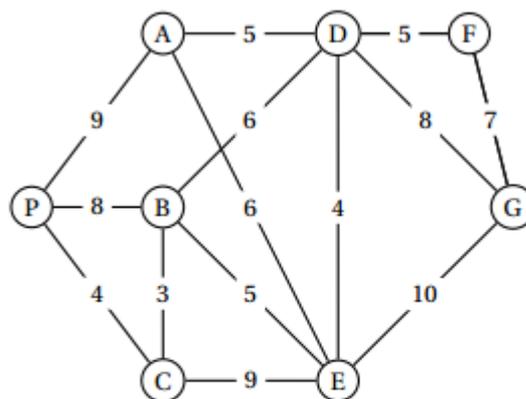
On a :  $a_n + b_n = 1$  et  $P_0 = (0,4 \ 0,6)$ .

1. Représenter la situation à l'aide d'un graphe probabiliste de sommets  $Z$  et  $\bar{Z}$ .
2. a. Donner la matrice de transition  $M$  associée à ce graphe (la première colonne concerne  $Z$  et la deuxième concerne  $\bar{Z}$ ).  
b. Vérifier que  $P_1 = (0,3892 \ 0,6108)$ .
3. L'objectif affiché par la municipalité sera-t-il atteint ?

### Partie B

Un réseau de navettes gratuites est mis en place entre des parkings situés aux abords de la ville et les principaux sites de la ville.

Le graphe ci-contre indique les voies et les temps des liaisons, en minutes, entre ces différents sites.



1. Peut-on envisager un itinéraire qui relierait le parking P à la gare G en desservant une et une seule fois tous les sites ?
2. Peut-on envisager un itinéraire qui emprunterait une et une seule fois toutes les voies ?
3. Déterminer un trajet de durée minimale pour se rendre du parking P à la gare G.