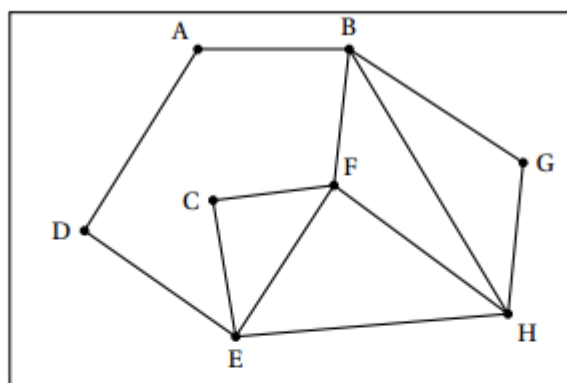


PARTIE A

On considère le graphe $\mathcal{G}$ ci-dessous :



1. Déterminer en justifiant si ce graphe :
 - a. est connexe;
 - b. admet une chaîne eulérienne.
2. On note M la matrice d'adjacence associée à ce graphe en prenant les sommets dans l'ordre alphabétique. On donne :

$$M^3 = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 2 & 3 & 2 & 2 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 5 & 9 & 6 & 8 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 6 & 6 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 5 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 5 & 6 & 5 & 4 & 8 & 3 & 9 \\ 2 & 9 & 6 & 3 & 8 & 6 & 3 & 9 \\ 1 & 6 & 3 & 2 & 3 & 3 & 2 & 6 \\ 3 & 8 & 3 & 2 & 9 & 9 & 6 & 6 \end{pmatrix}$$

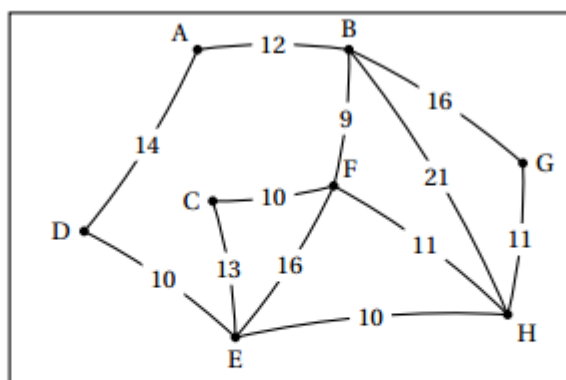
Donner, en justifiant, le nombre de chemins de longueur 3 reliant E à B.

PARTIE B

Un club alpin souhaite proposer à ses membres des randonnées de plusieurs jours dans les Alpes. À cet effet, huit refuges notés A, B, C, D, E, F, G et H ont été sélectionnés.

Le graphe $\mathcal{G}$ de la partie A permet de visualiser les différents itinéraires possibles, les sommets représentant les refuges et les arêtes schématisant tous les sentiers de randonnée balisés les reliant.

1. D'après l'étude effectuée dans la partie A, le club alpin est-il en mesure de proposer :
 - a. un itinéraire au départ du refuge A qui passerait par tous les refuges en empruntant une fois et une seule fois chacun des sentiers ? Si oui, proposer un tel itinéraire ;
 - b. des itinéraires de trois jours (un jour correspondant à une liaison entre deux refuges) reliant le refuge E au refuge B ? Si oui, combien peut-il en proposer ?
2. Le graphe $\mathcal{G}$ est complété ci-dessous par la longueur en kilomètres de chacun des sentiers.



Le club alpin désire aussi proposer à ses membres l'itinéraire le plus court reliant A à H.

Déterminer cet itinéraire et en préciser la longueur en kilomètres.