

**EXERCICE 2** (5 points)

Dans une entreprise, lors d'un mouvement social, le personnel est amené à se prononcer chaque jour sur l'opportunité ou non du déclenchement d'une grève.

Le premier jour, 15% du personnel souhaite le déclenchement d'une grève.

À partir de ce jour-là :

- parmi ceux qui souhaitent le déclenchement d'une grève un certain jour, 35% changent d'avis le lendemain.
- parmi ceux qui ne souhaitent pas le déclenchement d'une grève un certain jour, 33% changent d'avis le lendemain.

On note :

- $g_n$  la probabilité qu'un membre du personnel souhaite le déclenchement d'une grève le jour  $n$ ,
- $t_n$  la probabilité qu'un membre du personnel ne souhaite pas le déclenchement d'une grève le jour  $n$ ,
- $P_n = \begin{pmatrix} g_n & t_n \end{pmatrix}$ , la matrice qui traduit l'état probabiliste au  $n^{\text{ième}}$  jour.

1. Déterminer l'état initial  $P_1$ .
2. a. Tracer un graphe probabiliste traduisant les données de l'énoncé.  
b. Donner la matrice de transition  $M$  associée à ce graphe.
3. Calculer le pourcentage de personnes favorables à la grève le 3<sup>e</sup> jour.
4. Soit  $P = \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}$  l'état probabiliste stable (on rappelle que  $x + y = 1$ ).
  - a. Montrer que  $x$  et  $y$  vérifient l'équation  $x = 0,65x + 0,33y$ .
  - b. Déterminer  $x$  et  $y$  (on arrondira les résultats à  $10^{-3}$  près).
  - c. Interpréter le résultat.