

Les services commerciaux d'une grande surface de produits alimentaires ont défini un profil de client qui a été appelé « consommateur bio ».

Sur la base d'observations réalisées les années précédentes, il a été constaté que :

90 % des clients « consommateur bio » maintenaient cette pratique l'année suivante ;

15 % des clients n'ayant pas le profil de « consommateur bio » entraient dans la catégorie « consommateur bio » l'année suivante.

On suppose que cette évolution se poursuit d'une année à l'autre à partir de 2013, année au cours de laquelle il a été constaté que 20 % des clients ont le profil « consommateur bio ».

Par un tirage aléatoire effectué tous les ans, on choisit un client de cette grande surface.

Pour tout nombre entier naturel n on note :

b_n , la probabilité que le client choisi lors de l'année 2013 + n soit un « consommateur bio » ;

c_n , la probabilité que le client choisi lors de l'année 2013 + n ne soit pas un « consommateur bio » ;

P_n , la matrice ligne $(b_n \ c_n)$ donnant l'état probabiliste lors de l'année 2013 + n .

1. a. Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets B et C où B correspond à l'état « consommateur bio ».
- b. Donner P_0 l'état probabiliste en 2013 et la matrice M de transition correspondant à ce graphe, les sommets B et C étant classés dans cet ordre.
- c. On donne la matrice M^2 :

$$M^2 = \begin{pmatrix} 0,825 & 0,175 \\ 0,2625 & 0,7375 \end{pmatrix}.$$

En précisant la méthode de calcul, déterminer la probabilité que le client choisi en 2015 soit un « consommateur bio ».

- d. Déterminer l'état stable $(b \ c)$ du graphe probabiliste.
2. Le directeur du supermarché affirme que, dans un futur proche, plus de la moitié de sa clientèle aura le profil de « consommateur bio ».
- a. Recopier et compléter l'algorithme suivant qui doit permettre de déterminer le nombre minimal d'années pour que l'affirmation du directeur soit vérifiée.

Variables :	N un nombre entier naturel non nul B un nombre réel
Traitement :	Affecter à N la valeur 0 Affecter à B la valeur 0,2 Affecter à C la valeur 0,8 Tant que ... affecter à B la valeur $0,9 \times B + 0,15 \times C$ affecter à C la valeur $1 - B$ affecter à N la valeur $N + 1$ Fin Tant que
Sortie :	Afficher ...

- b. Déterminer le nombre minimal d'années recherché en expliquant la démarche.